

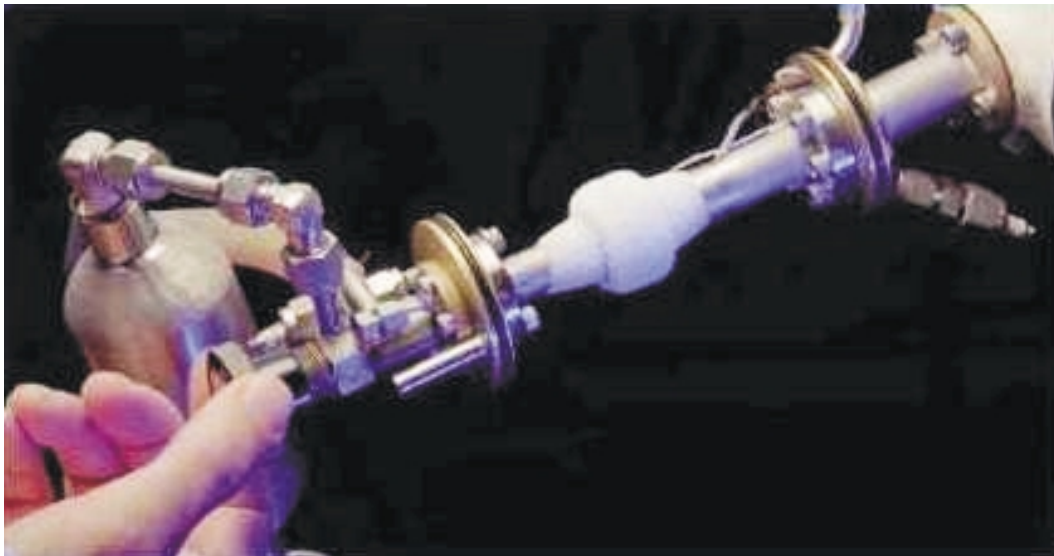
# TERMOAKUSTIČNI HLADILNIK IN HLADILNIK S PULZNO CEVJO

ANDREJ JEROMEN in ZVONKO TRONTELJ

V članku predstavimo termoakustični hladilnik in hladilnik s pulzno cevjo z odprtino. Osnove njunega delovanja opišemo s povprečnim entalpijskim tokom.

## THERMOACOUSTIC REFRIGERATOR AND PULSE TUBE REFRIGERATOR

In the paper, thermoacoustic refrigerator and orifice pulse tube refrigerator are introduced. We describe the basics of their operation using the average enthalpy flow.



Slika 1: Hladilnik s pulzno cevjo; levo zadaj je rezervoar, proti desni sledi ventil, pulzna cev, hladni toplotni izmenjevalnik, regeneratorski in priključek na kompresor. (<http://irtek.arc.nasa.gov/pulsetube.html>)

## Uvod

Danes uporabljamo številne naprave, v katerih morajo biti posamezni sestavni deli hlajeni, saj delujejo dobro le pri dovolj nizki temperaturi. Omenimo le polprevodniške senzorje ionizirajočih sevanj, senzorje infrardeče svetlobe ter široko področje visokotemperaturnih superprevodnikov. Zaradi nizke cene in preproste uporabe takšne naprave večinoma hladimo z utekočinjenim dušikom ali helijem. Če pa želimo doseči daljše obdobje delovanja naprave brez vzdrževanja - dolivanja utekočinjenega plina, potrebujemo majhen hladilnik, ki pri temperaturi od 150 do 4 K črpa od 100 mW do nekaj W toplotnega toka. Najbolj očiten primer, ko je uporaba hladilnika skoraj nujna, so naprave v satelitih, prenosnih senzorjih infrardeče svetlobe in v nekaterih delih telekomunikacijskih sistemov.

Ogledali si bomo dve vrsti majhnih hladilnikov: termoakustični hladilnik in hladilnik s pulzno cevjo z odprtino. Delovanje obeh bomo opisali s povprečnim entalpijskim tokom. Enoten opis nam bo razkril skupne značilnosti obeh mehanizmov hlajenja in omogočil primerjavo.

## Opis z entalpijskim tokom

Za opis hladilnikov bomo uporabljali termodinamsko funkcijo stanja entalpijo:

$$H = W_n + pV. \quad (1)$$

Tu je  $W_n$  notranja energija,  $p$  tlak v snovi in  $V$  njen volumen. Entalpija je za naš namen primerna funkcija stanja, saj se entalpija tekočine pri pretakanju skozi vodoravno cev ohranja. To je res, če je tekočina toplotno izolirana in če lahko zanemarimo prispevek njene kinetične energije [1]. V obeh hladilnikih, ki ju bomo obravnavali, pa plin ne teče po cevi, ampak v njej niha sem in tja. Pokazali bomo, da v plinu kljub temu lahko teče povprečen entalpijski tok vzdolž cevi.

Zamislimo si idealen plin v cevi. Po njem naj se širi sinusno zvočno valovanje z majhno amplitudo. Delci v plinu naj nihajo vzdolž cevi. Tlak  $p$ , hitrost  $v$ , temperaturo  $T$  in gostoto plina  $\rho$  v vsaki točki posebej zapišimo kot vsoto povprečne vrednosti (indeks 0) in fluktuacije (indeks 1), ki s časom sinusno niha. Tlak v plinu na primer zapišemo takole:  $p(t) = p_0 + p_1(t)$ . Privzemimo, da so fluktuacije majhne v primerjavi s povprečnimi vrednostmi in da so lahko naštetje količine odvisne samo od vzdolžne koordinate. Obravnavani plin naj bo torej nevskozen in naj ne izmenjuje toplote s steno cevi.

Entalpija je v idealnem plinu odvisna le od temperature:  $H = mc_p T$ . Tu je  $m$  masa plina,  $c_p$  pa specifična toplota pri konstantnem tlaku. Gostota entalpijskega toka je potem enaka produktu gostote entalpije  $\rho c_p T$  in hitrosti plina  $v$ . Zapišimo povprečen entalpijski tok v plinu skozi celoten presek cevi  $\sigma$ :

$$\langle \dot{H} \rangle = \sigma \langle \rho c_p T v \rangle. \quad (2)$$

Oklepaji  $\langle \rangle$  pomenijo povprečje po času enega cikla. V enačbo vstavimo  $\rho$ ,  $T$  in  $v$  v dogovorjeni obliki. Ker je povprečje sinusne količine po času enega cikla enako nič, obdržimo le konstantni člen  $\rho_0 T_0 v_0$  in člene s produktom dveh fluktuacij. Člen s produktom treh fluktuacij  $\rho_1 T_1 v_1$  odpade, ker je njegovo časovno povprečje enako nič, ne glede na fazne zamike posameznih fluktuacij. Povprečen entalpijski tok je tako:

$$\langle \dot{H} \rangle = \sigma c_p \left( \rho_0 T_0 v_0 + \rho_0 \langle T_1 v_1 \rangle + T_0 \langle \rho_1 v_1 \rangle + v_0 \langle \rho_1 T_1 \rangle \right). \quad (3)$$

Upoštevajmo še pogoj, da je povprečen masni tok v cevi enak nič, saj se plin nikjer ne kopiči:

$$\sigma \langle \rho v \rangle = \sigma \left( \langle \rho_1 v_1 \rangle + \rho_0 v_0 \right) = 0. \quad (4)$$

Iz pogoja izrazimo povprečno hitrost plina  $v_0 = -\frac{\langle \rho_1 v_1 \rangle}{\rho_0}$  in jo vstavimo v izraz za povprečen entalpijski tok (3). Zadnji člen v oklepaju na desni strani enačbe izpustimo, ker je majhen v primerjavi z ostalimi, prvi in tretji člen pa se odštejeta. Tako nam za povprečen entalpijski tok ostane:

$$\langle \dot{H} \rangle = \sigma \rho_0 c_p \langle T_1 v_1 \rangle. \quad (5)$$

Da dobimo preglednejšo obliko, izrazimo fluktuacijo temperature  $T_1$  s fluktuacijama entropije na masno enoto  $s_1$  in tlaka  $p_1$ . Za to uporabimo diferencial entalpije idealnega plina in diferencial entalpije po definiciji (1):

$$dH = m c_p dT = T dS + V dp. \quad (6)$$

Z  $dS$  smo zaznamovali diferencial entropije. Enačbo delimo z maso  $m$ , diferenciale zamenjamo s fluktuacijami, ostale količine pa s povprečnimi vrednostmi. Dobimo izraz za povprečen entalpijski tok, ki teče skozi izbran presek cevi  $\sigma$ :

$$\langle \dot{H} \rangle = \underbrace{\sigma \rho_0 T_0 \langle s_1 v_1 \rangle}_{\langle \dot{Q} \rangle} + \underbrace{\sigma \langle p_1 v_1 \rangle}_{\langle \dot{A} \rangle}. \quad (7)$$

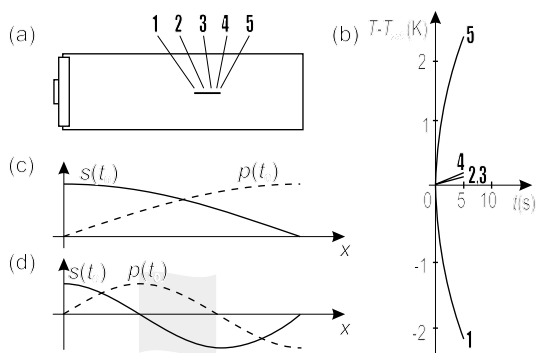
V prvem členu na desni prepoznamo povprečen konvekcijski toplotni tok  $\langle \dot{Q} \rangle$ , v drugem členu pa povprečen tok dela  $\langle \dot{A} \rangle$ .

Za ponazoritev povprečnega toka dela si predstavljajmo zvočnik, ki v zrak pri sobnih pogojih seva potujoče zvočno valovanje. Povprečen entalpijski tok je v tem primeru kar enak povprečnemu toku dela, saj so razmere v zraku adiabatne in je zato  $s_1 = 0$ . Povprečje  $\langle p_1 v_1 \rangle$  pa je različno od nič, saj v potujočem valovanju nihata tlak in hitrost sočasno. Če hočemo, da v plinu teče tudi povprečen toplotni tok, moramo poskrbeti, da razmere v plinu niso čisto adiabatne in da fazni kot med nihanjem gostote entropije  $s_1$  in hitrosti  $v_1$  ni enak  $\pi/2$ .

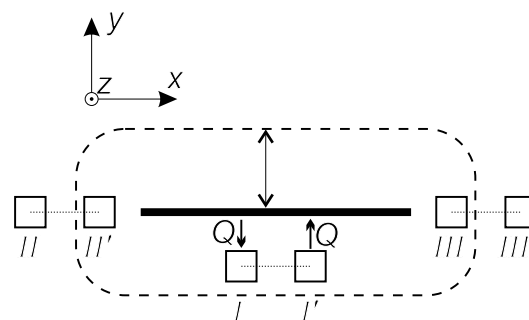
## Termoakustični pojav

Najprej si oglejmo termoakustični pojav, ki ga termoakustični hladilnik izkorišča za delovanje in po katerem se tudi imenuje. Zamislimo si plin, v katerem vzbuja stojče zvočno valovanje. Fazni kot med nihanjem tlaka in hitrosti je v stoječem zvočnem valovanju  $\pi/2$ , razmere v plinu pa so pri zvočnih frekvencah adiabatne. Zato po enačbi (7) sledi, da sta povprečen tok dela in povprečen toplotni tok enaka nič. Sedaj v plin vstavimo tanko ploščo, ki jo poravnamo vzdolž smeri nihanja delcev plina. Dolžina plošče naj bo v tej smeri kratka v primerjavi z valovno dolžino zvočnega valovanja, tako da lahko vzamemo amplitudi nihanja tlaka in hitrosti vzdolž plošče za konstantni. Pazimo tudi, da plošče ne postavimo v vozle tlaka ali hitrosti. Skica poskusa je na sliki 2a. Opazimo, da se en konec plošče segreva, drugi pa ohlaja, temperatura vmesnega dela pa vsaj v začetku ostane skoraj nespremenjena (glej sliko 2b). Prisotnost plošče očitno povzroči, da po plinu vzdolž plošče teče toplotni tok, ki na enem koncu plošče toploto jemlje, na drugem pa jo odlaga.

Pojav bomo kvalitativno razumeli, če si ogledamo, kaj se dogaja s plinom, ki je tako blizu plošče, da z njo med nihanjem lahko izmenjuje toploto. V tem območju si izberimo tako majhen volumen plina, da je vedno v termodinamskem ravnovesju, hkrati pa vsebuje toliko molekul, da ga lahko obravnavamo makroskopsko. Tak volumen plina



Slika 2: (a) Zvočnik na levi strani resonatorja vzbuja stojče zvočno valovanje z osnovno lastno frekvenco. (b) Spreminjanje temperature plošče na različnih mestih zaradi termoakustičnega pojava. Meritev se je začela ob času  $t = 0$ , ko smo začeli vzbujaati stojče zvočno valovanje in ko je bila temperatura po vsej plošči enaka. [2] (c) Odmik delcev in fluktuacija tlaka v plinu kot funkciji koordinate za osnovno in (d) prvo višjo lastno frekvenco. Odmik delcev in fluktuacija tlaka sta narisana pri času  $t_0$ , ko hkrati dosežeta amplitudo.



Slika 3: Skica prenosa toplote s konvekcijo ob plošči v nevskožnem plinu s stoječim zvočnim valovanjem. Temperatura plošče je po vsej površini enaka povprečni temperaturi plina. Plošča je v primerjavi z valovno dolžino valovanja dovolj kratka, da se amplitude nihanja tlaka, hitrosti in temperature vzdolž plošče ne spreminjajo zaznavno. S črtkano črto je zaznamovano območje širine  $\delta$  od plošče, kjer je plin s ploščo v toplotnem stiku. Posebej so zaznamovani trije delci plina, ki nihajo med  $I$  in  $I'$ ,  $II$  in  $II'$  ter  $III$  in  $III'$ . [3]

bomo imenovali kar delec plina. Predstavljali si bomo, kaj se dogaja z delci plina, ki začnejo v točkah  $I$ ,  $II$  in  $III$  (glej sliko 3). Da si predstavo olajšamo, zamenjajmo sinusno nihanje s pravokotnim: delec plina se hitro premakne, obstoji, nato pa se hitro vrne na izhodiščno mesto ter spet obstoji. Plošča, ki smo jo vstavili v plin, pa naj ima veliko toplotno kapaciteto na enoto površine in temperaturo, ki je enaka povprečni temperaturi plina.

Najprej si na sliki 3 oglejmo delec plina pri  $I$ . Ko se premakne v pozitivno smer iz  $I$  v  $I'$ , se mu tlak poveča, ker odmik delcev in tlak v resonatorju nihata v fazi (glej sliko 2c). Pri hitrem premiku se zato delec adiabatno segreje. Ker ima v  $I'$  višjo temperaturo kot plošča, delec plošči odda toploto  $Q$  in se ohladi na začetno temperaturo. Znižanje tlaka pri premiku delca iz  $I'$  nazaj v  $I$  je tudi adiabatno, zato se delec pri premiku v  $I$  ohladi in ima v  $I$  nižjo temperaturo kot plošča. Od plošče sedaj prejme toploto  $Q$  in se segreje do povprečne temperature. Tako v enem ciklu delec prenese toploto  $Q$  z mesta  $I$  na mesto  $I'$ . Enako velja za vsak delec plina, ki niha vzdolž plošče. Energija plošče se pri tem ne spreminja, saj toploto  $Q$ , ki jo je delec plina med ciklom 'odložil' na mestu  $I'$ , 'pobere' sosednji delec in jo prenese naprej. Cela veriga delcev tako vzdržuje konvekcijski toplotni tok v plasti plina ob plošči. Na koncu plošče pa je dogajanje drugačno. Delec plina, ki začne v  $II$ , niha iz območja brez toplotnega stika s ploščo v območje blizu plošče ( $II'$ ). Ko je delec pri večjem tlaku v točki  $II'$ , je v toplotnem stiku s ploščo in se njegova temperatura izravna s temperaturo plošče. Ko pa se adiabatno razpne pri premiku nazaj v  $II$ , toplotni stik s ploščo izgubi in ostane ohlajen. Tak delec plina nima vloge pri prenosu toplote, ker ima v območju izmenjevanja toplote temperaturo enako temperaturi plošče. Podobno toplote ne prenaša tudi delec, ki začne v  $III$ . Delci plina tako iz levega konca plošče toploto jemljejo in jo ob plošči prenašajo v desni konec. Zato se levi konec plošče ohlaja, desni pa segreva, kot kažejo meritve na sliki 2. Ker pa ima realna plošča končno toplotno prevodnost, začne po njej teči toplotni tok v levo. Na plošči se tako vzpostavi temperaturni gradient. V stacionarnih razmerah teče konvekcijski toplotni tok od levega konca plošče ob plošči proti desnemu koncu, nato pa po notranjosti plošče spet nazaj v levi konec. Če bi v resonatorju vzdrževali drugo lastno frekvenco zvočnega valovanja in bi ploščo postavili v območje, kjer odmik delcev in tlak nihata z nasprotno fazo (senčeni del na sliki 2d), bi se smeri obeh toplotnih tokov in temperaturnega gradienta na plošči obrnile.

Iz narave opisanega mehanizma sledi, da na plošči ne moremo doseči temperaturnih gradientov, ki bi bili večji od  $|T_1|/|x_1|$ , kjer je  $|T_1|$  amplituda nihanja temperature v plinu,  $|x_1|$  pa amplituda nihanja lege delcev plina. Pri mejnem gradientu je namreč sprememba temperature delca plina pri adiabatnem stiskanju ali razpenjanju ravno enaka spremembi temperature zaradi ustreznega premika delca ob plošči s temperaturnim gradientom. Takrat se toplotni tok v plinu in z njim tudi naraščanje temperaturnega gradienta ustavi.

Za poenostavljen primer izračunajmo temperaturo plina ob plošči. Z njo bomo lahko izračunali povprečen toplotni tok v plinu. Pokazali bomo, da zaradi prisotnosti plošče temperatura ne niha več v fazi s tlakom kot v nemotenem stoječem valovanju, spremeni

pa se tudi njena amplituda.

Plin naj niha v smeri osi  $x$ , os  $y$  pa naj bo pravokotna na ploščo (slika 3). Računajmo za stacionaren primer, ko je na plošči vzpostavljen temperaturni gradient v smeri osi  $x$ . Povprečna temperatura plina naj bo neodvisna od koordinate  $y$  in naj bo pri vsakem  $x$  enaka temperaturi plošče:  $T_0 = T_0(x)$ . Privzemimo, da je plin nevskozen, zato njegova hitrost ni odvisna od  $y$ . Izpeljavo začnimo s splošno enačbo za prevajanje toplote, ki jo zapišemo takole [4]:

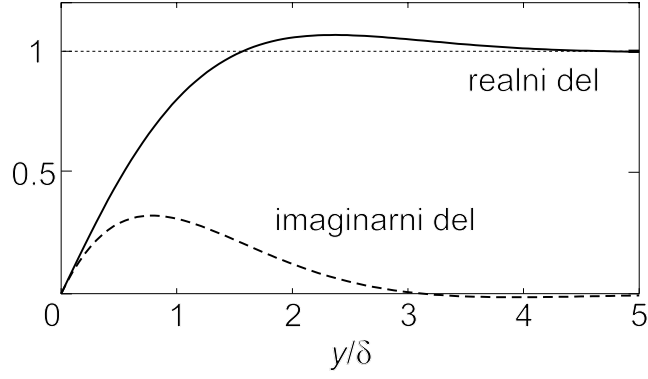
$$\rho T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla s \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + (\text{členi s kvadratom hitrosti}). \quad (8)$$

Z  $\lambda$  smo zaznamovali toplotno prevodnost plina. Gostota entropije plina se s časom spremeni zaradi konvekcije (drugi člen na levi), prevajanja toplote (prvi člen na desni) in zaradi nastajanja entropije pri drugih ireverzibilnih procesih (npr. zaradi viskoznosti tekočine), kar vsebuje drugi člen na desni. Pri računu upoštevamo samo člene majhne v prvem redu. Iščevo fluktuacijo temperature  $T_1$  kot funkcijo časa in koordinate  $y$ . Uporabimo nastavek  $T_1(y, t) = |T_1(y)| e^{i\omega t}$ , kjer je  $\omega$  krožna frekvenca stoječega valovanja. Upoštevamo še, da je  $v_0 = 0$ ,  $\frac{\partial T_0}{\partial x} = konst.$ ,  $\nabla p_1 = 0$  in da nihanje hitrosti prehiteva nihanje tlaka za četrto nihaja. Gostoto entropije razčlenimo kot ostale količine:  $s = s_0 + s_1(t)$ . Fluktuacijo  $s_1$  in odvod  $\frac{\partial s_0}{\partial x}$  izračunamo iz enačbe (6). Po kratkem računu dobimo diferencialno enačbo za iskano funkcijo amplitude nihanja temperature  $|T_1(y)|$ . Rešimo jo pri znanih amplitudah stoječega valovanja  $|p_1|$ ,  $|v_1|$ , pri gradientu temperature  $\nabla T_0$  ter pri robnih pogojih  $|T_1(0)| = 0$  in  $|T_1(\infty)|$  je končna. Rešitev je [5]:

$$|T_1(y)| = \left( \frac{1}{\rho_0 c_p} |p_1| - \frac{\nabla T_0}{\omega} |v_1| \right) \left( 1 - e^{-(1+i)y/\delta} \right). \quad (9)$$

Takoj opazimo, da je amplituda temperature  $|T_1|$  postala kompleksna. To pomeni, da temperatura ne niha več v fazi s tlakom kot v nemotenem stojećem valovanju. Na sliki 4 sta narisana realni in imaginarni del drugega oklepaja na desni strani enačbe (9). Velikost imaginarne komponente je največja pri  $y \sim \delta$ . Z  $\delta$  smo zaznamovali razdaljo  $\sqrt{\frac{2\lambda}{\rho_0 c_p \omega}}$ . To je tipična razdalja od plošče, znotraj katere plin s ploščo lahko izmenjuje toploto. Kot v difuzijski enačbi je  $\delta$  povprečna razdalja, do katere toplota 'difundira' v določenem času:  $\delta = \langle y^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{2Dt}$ , kjer je difuzijska konstanta  $D = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p}$ , tipičen čas pa  $t = \frac{\delta^2}{2D}$ . Pri normalnih pogojih in pri frekvenci 1000 Hz je v zraku  $\delta \sim 0.1$  mm.

Oglejmo si še prvi oklepaj na desni strani enačbe (9). Prvi člen je amplituda nihanja temperature zaradi adiabatnega stiskanja in razpenjanja v stojećem zvočnem valovanju. Zaradi gradienta povprečne temperature v plinu pa dobimo še drugi člen. Ker namreč plin niha vzdolž osi  $x$  z amplitudo  $\frac{|v_1|}{\omega}$ , temperatura v določeni točki prostora niha z amplitudo  $\nabla T_0 \frac{|v_1|}{\omega}$ . Izberemo lahko tak gradient  $\nabla T_0$ , da si bosta prispevka ravno nasprotna. Takrat bo temperatura v vsaki točki plina ob plošči konstantna. Tak tem-



Slika 4: Realni in imaginarni del izraza  $1 - e^{-(1+i)y/\delta}$  v odvisnosti od brezdimenzijskega parametra  $y/\delta$

peraturni gradient imenujemo kritični temperaturni gradient:

$$(\nabla T_0)_{krit} = \frac{\omega}{\rho_0 c_p} \frac{|p_1|}{|v_1|}. \quad (10)$$

Pri idealnem plinu lahko za stoječe zvočno valovanje izrazimo hitrost zvoka kot  $c = \frac{|p_1|}{\rho_0 |v_1|}$  [6]. Izraz (10) lahko potem zapišemo kot  $(\nabla T_0)_{krit} = \frac{\omega c}{c_p}$ . Od tod pa dobimo za zrak pri normalnih pogojih in frekvenci 1000 Hz oceno:  $(\nabla T_0)_{krit} \sim 1$  K/cm.

Izračunajmo sedaj povprečen toplotni tok po enačbi (7). Fluktuacijo gostote entropije  $s_1$  izrazimo s fluktuacijama temperature in tlaka po enačbi (6). K povprečnemu toplotnemu toku prispeva le imaginarna komponenta temperature  $T_1$ , ker sta časovni povprečji produktov fluktuacij tlaka in hitrosti ter realnega dela temperature in hitrosti zaradi fazne razlike  $\pi/2$  med količinama enaki nič. Za celoten povprečen toplotni tok vzdolž plošče tako dobimo:

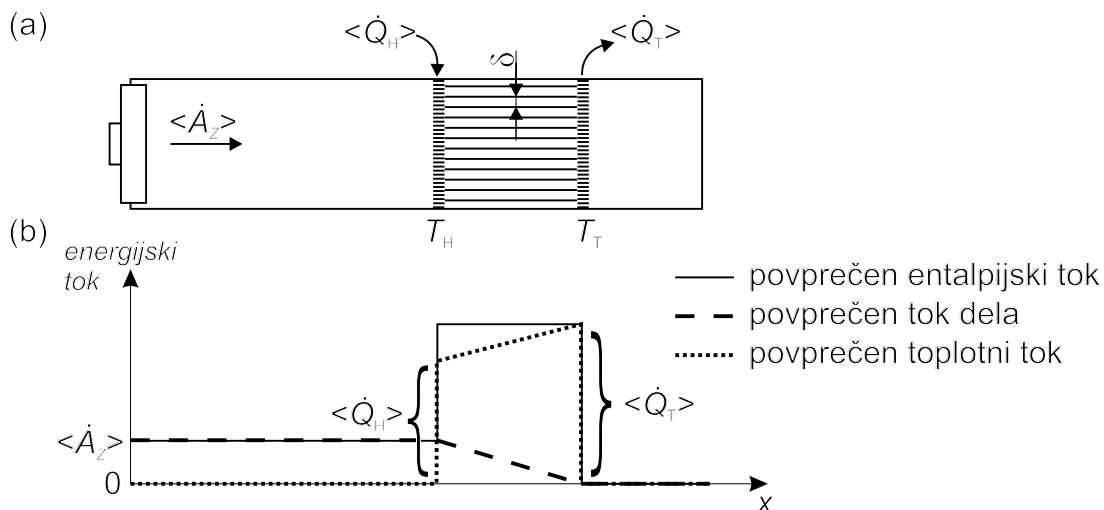
$$\langle \dot{Q} \rangle = 2b \int_0^\infty dy \rho_0 c_p \operatorname{Im}(|T_1(y)|) |v_1| = \frac{1}{4} 2b \delta |p_1| |v_1| \left( 1 - \frac{\nabla T_0}{(\nabla T_0)_{krit}} \right). \quad (11)$$

Z  $b$  smo zaznamovali dolžino roba plošče vzdolž osi  $z$ . Toplotni tok je sorazmeren s površino  $2b\delta$ , kar je razumljivo, saj je  $\operatorname{Im}(|T_1(y)|)$  znaten le v plasti debeline velikostnega reda  $\delta$  na obeh straneh plošče. Toplotni tok je sorazmeren tudi produktu amplitud  $|p_1| |v_1|$ , zato je največji, če postavimo ploščo na sredino med vozla tlaka in hitrosti. Končno je toplotni tok odvisen tudi od velikosti gradienta temperature  $\nabla T_0$ . Njegov vpliv na črpanje toplote, ki smo ga z besedami omenili v uvodnem opisu termoakustičnega pojava, je sedaj očiten. Če je namreč gradient temperature  $\nabla T_0$  enak kritičnemu gradientu, je povprečen toplotni tok enak nič. Če pa je  $\nabla T_0$  večji od kritičnega gradienta, se toplotni tok obrne in začne teči v smer, ki je nasprotna temperaturnemu gradientu, kar s stališča hlajenja seveda ni zanimivo.

Že prej bi se lahko vprašali, od kod jemljemo delo za črpanje toplote z mesta z nižjo temperaturo na mesto z višjo temperaturo. Da se pokazati [5], da se v plasti plina debeline velikostnega reda  $\delta$  nad obema površinama plošče energija zvoka porablja. Če imamo ploščo postavljeno v resonatorju, bi morali energijo dovajati, da se amplituda zvoka v resonatorju ne bi zmanjševala. Energijo dovajamo s povprečnim tokom dela potujočega valovanja, ki se nato ob plošči absorbira. V našem primeru potujoče valovanje poganja zvočnik na levi strani resonatorja. Povedano velja za primer, ko je  $\nabla T_0$  manjši od kritičnega gradienta. Če pa je  $\nabla T_0$  večji, se zvočna energija ob plošči sprošča in povprečen tok dela vzdolž plošče narašča.

## Termoakustični hladilnik

Kako je termoakustični hladilnik zgrajen in kako deluje? Oglejmo si skico na sliki 5a. Hladilnik je narejen iz cevi, ki je na desni strani zaprta, na levi pa je vanjo vstavljen zvočnik. Cev deluje kot resonator, v katerem zvočnik vzbuja stoječe zvočno valovanje. Predpostavimo, da resonator nima izgub. V cev postavimo sklad enakomerno razmaknjenih tankih plošč iz snovi, ki slabo prevaja toploto. Plošče so razmaknjene za približno  $\delta$ , da za črpanje toplote izkoristimo čimvečji del preseka cevi. Na vsakem koncu se sklada plošč dotika kratek sklad plošč iz snovi z veliko toplotno prevodnostjo. Ta kratka sklada imenujemo toplotna izmenjevalnika. Ker ju potrebujemo za dober toplotni stik med plinom in zunanostjo cevi, je razmik med ploščami v obeh toplotnih izmenjeval-



Slika 5: (a) Skica termoakustičnega hladilnika. Razmik med ploščami je približno enak  $\delta$ . Zvočnik na levi poganja tok dela  $\langle \dot{A}_z \rangle$ , ki pri temperaturi hladnega dela hladilnika  $T_H$  iz okolice črpa toplotni tok  $\langle \dot{Q}_H \rangle$  in pri temperaturi toplega dela hladilnika  $T_T$  oddaja toplotni tok  $\langle \dot{Q}_T \rangle$ . (b) Povprečni energijski tokovi v hladilniku. Izgub resonatorja ne upoštevamo. [5]



nikih majhen v primerjavi z  $\delta$ .

Zaradi termoakustičnega pojava na ploščah, razmaknjenih za  $\delta$ , se med ploščami energija zvočnega valovanja porablja za vzdrževanje toplotnega toka, ki med ploščami teče na desno. Nespremenjeno amplitudo valovanja v resonatorju vzdržuje zvočnik, ki poganja potujoče valovanje. To nosi povprečen tok dela  $\langle \dot{A}_Z \rangle$ , ki se porablja med ploščami (glej sliko 5b). Povprečnega toplotnega toka v obeh odprtih območjih resonatorja ni, ker so tam razmere adiabatne. Na levem koncu plošč pa povprečen toplotni tok naenkrat zraste na  $\langle \dot{Q}_H \rangle$ , ki je povprečen toplotni tok zaradi termoakustičnega pojava in teče na desno. Proti desnemu koncu plošč se toplotni tok povečuje, ker se povprečen entalpijski tok, ki je vsota povprečnega toplotnega toka in toka dela, ohranja, saj med ploščami ni zunanjih izvirov ali ponorov energije. Toplotna izmenjevalnika na hladnem ( $T_H$ ) in na toplem ( $T_T$ ) delu omogočata in vzdržujeta nezveznosti v toplotnem toku. Skozi levi toplotni izmenjevalnik teče toplotni tok  $\langle \dot{Q}_H \rangle$  v cev, skozi desni toplotni izmenjevalnik pa toplotni tok  $\langle \dot{Q}_T \rangle$  iz cevi. Pri tem smo zanemarili toplotni tok, ki teče po ploščah na levo. Povprečna hladilna moč, ki jo hladilnik črpa pri temperaturi  $T_H$  je:

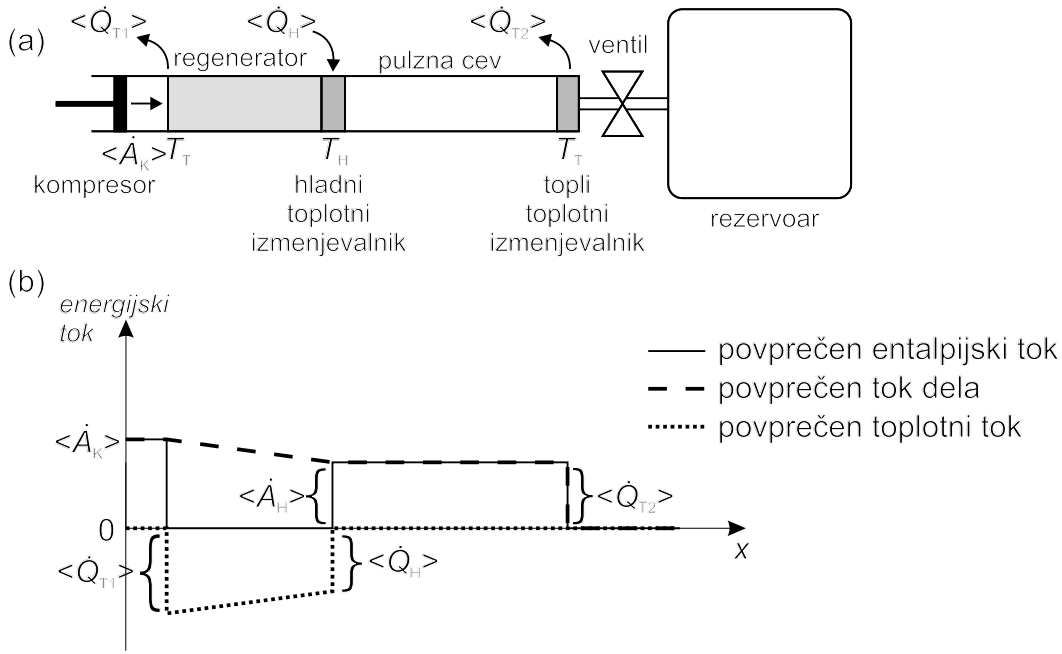
$$\langle \dot{Q}_H \rangle = \langle \dot{Q}_T \rangle - \langle \dot{A}_Z \rangle. \quad (12)$$

Leta 1985 je Wheatley s termoakustičnim hladilnikom dosegel temperaturo 195 K [7]. Cev je imela premer 39 mm, 67  $\mu\text{m}$  debele plošče pa so bile razmaknjene za 0,38 mm. Frekvenca stoječega valovanja je bila 516 Hz, povprečen tlak  $p_0$  je bil 1 MPa, amplituda tlaka pa  $0,034p_0$ .

## Hladilnik s pulzno cevjo z odprtino

Skica hladilnika s pulzno cevjo z odprtino je narisana na sliki 6a. Hladilnik navadno poganja batni kompresor, ki deluje pri frekvencah velikostnega reda 10 Hz. Namesto batnega kompresorja lahko uporabimo ventil, ki izmenično preklaplja med rezervoarjem, v katerem je plin pod velikim tlakom in rezervoarjem, v katerem je plin pod majhnim tlakom. Za kompresorjem je nameščen regeneratorski element, ki je narejen iz snovi z veliko toplotno kapaciteto (svinec, nerjaveče jeklo) in ima gobasto strukturo, tako da teče plin skozenj po kanalih, katerih premer je mnogo manjši od  $\delta$ . Toplotni stik med plinom in regeneratorskim elementom je zato zelo dober in lahko rečemo, da je temperatura plina v vsaki točki idealnega regeneratorskega elementa kar konstantna. Regeneratorju sledi hladni toplotni izmenjevalnik, ki je nameščen na začetku pulzne cevi. Na drugem koncu pulzne cevi, ki nima nobene notranje strukture, je topli toplotni izmenjevalnik. Pulzno cev z rezervoarjem povezuje ozka odprtina, ki toku plina predstavlja upor. Ponavadi med pulzno cev in rezervoar namestimo odprtino s spremenljivo geometrijo – ventil.

Pri zaprtem ventilu kompresor v pulzni cevi vzdržuje nihanje tlaka, ki za nihanjem hitrosti zaostaja za četrto nihajo, enako kot v stojećem valovanju. Zato je po enačbi (7) povprečen tok dela v pulzni cevi enak nič. Ker so v pulzni cevi pogoji adiabatni, je tam enak nič tudi povprečen toplotni tok (enačba (7)). V regeneratorskem elementu pa so razmere



Slika 6: (a) Skica hladilnika s pulzno cevjo s hladilnikom. Kompresor na levi poganja tok dela  $\langle \dot{A}_K \rangle$ . Hladilnik pri temperaturi  $T_H$  iz okolice črpa toplotni tok  $\langle \dot{Q}_H \rangle$  in pri temperaturi  $T_T$  oddaja toplotna tokova  $\langle \dot{Q}_{T1} \rangle$  in  $\langle \dot{Q}_{T2} \rangle$ . (b) Povprečni energijski tokovi v hladilniku. Izgub resonatorja ne upoštevamo. [5]

drugačne. Ker njegova gobasta struktura toku plina predstavlja upor, se tam energija valovanja porablja. Izgubljeno energijo nadomešča kompresor, ki poganja potujoče valovanje – tok dela, ki teče proti regeneratorju in se v njem absorbira. Ker je v regeneratorju temperatura v vsaki točki konstantna, mora po enačbah (5) in (7) v nasprotno smer povprečnega toka dela teči enako velik povprečen toplotni tok. Na levem koncu regeneratorja ga odvajamo v okolico, ker so razmere v prostoru levo od regeneratorja adiabatne in toplotnega toka tam ni. Pri zaprtem ventilu torej hladilnik toploto samo oddaja.

Če pa ventil odpremo in pustimo, da plin teče iz pulzne cevi v rezervoar in nazaj, se fazni kot med nihanjem tlaka in hitrosti v pulzni cevi zmanjša. To lahko prikažemo z analogijo iz elektrike. Rezervoar nadomestimo s kondenzatorjem kapacitete  $C$ , ki ustreza volumnu rezervoarja, ventil pa z uporom  $R$ . Na upor priključimo sinusno napetost, ki je analogna s sinusnim nihanjem tlaka, in gledamo, kaj se pri različnih vrednostih konstante  $\tau = RC$  dogaja z električnim tokom, ki ustreza hitrosti delcev plina. Amplituda nihanja električnega toka je:

$$|I| = \frac{|U|\omega C}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}. \quad (13)$$

Tu je  $|U|$  amplituda napetosti,  $\omega$  pa krožna frekvenca nihanja napetosti. Fazna razlika

$\varphi$  med nihanjem napetosti in toka pa je:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\tau\omega}\right). \quad (14)$$

Napetost in tok nihata v fazi, če je  $\tau\omega \gg 1$ . Amplituda toka ima v tej limiti vrednost  $|I| = |U|/R$ . Če sta hidrodinamski upor ventila in volumen rezervoarja pri dani  $\omega$  dovolj velika, sistem ventil – rezervoar zmanjša fazno razliko med nihanjem tlaka in hitrosti. Takrat v hladilniku teče povprečen tok dela. Tok dela je največji takrat, ko je povprečje  $\langle p_1 v_1 \rangle$  največje. Če je ventil premalo odprt, je amplituda hitrosti, ki niha v fazi s tlakom, majhna. Če pa ventil preveč odpremo, se fazna razlika med nihanjem celotne hitrosti in tlaka poveča, amplituda tlaka v hladilniku pa zmanjša. Za največji povprečen tok dela moramo tako pri danih pogojih izbrati optimalno odprtino ventila.

Oglejmo si delovanje hladilnika s pulzno cevjo z odprtino. Zaradi sistema ventil – rezervoar se v hladilniku pojavi povprečen tok dela  $\langle \dot{A}_K \rangle$ , ki teče od kompresorja na desno (glej sliko 6b). V regenerotorju se tok dela zmanjšuje, ker se zaradi upora gobaste snovi energija zvoka porablja. V pulzni cevi je tok dela konstanten, pri ventilu pa pade na nič. Tam s toplim toplotnim izmenjevalnikom odvajamo povprečen toplotni tok  $\langle \dot{Q}_{T2} \rangle$ . Ker je v regenerotorju povprečen entalpijski tok zaradi izotermnih pogojev enak nič, mora v nasprotno smer kot tok dela teči po velikosti enak povprečen toplotni tok. Nezveznosti toplotnega toka na obeh koncih regenerotorja povzročita črpanje toplotnega toka  $\langle \dot{Q}_H \rangle$  v plin skozi hladni toplotni izmenjevalnik na desni strani regenerotorja in oddajanje toplotnega toka  $\langle \dot{Q}_{T1} \rangle$  skozi levi konec regenerotorja. Hladilna moč  $\langle \dot{Q}_H \rangle$  je enaka povprečnemu toku dela  $\langle \dot{A}_H \rangle$ , ki teče skozi pulzno cev.

Z izboljšanim hladilnikom na pulzno cev z ventilom so leta 1990 dosegli temperaturo 42 K [8]. Za delovni plin so uporabili helij. Danes pa so komercialno dosegljivi dvostopenjski hladilniki, ki dosežejo temperaturo 2,8 K [9].

## Zaključek

Z zvočnikom v praznem resonatorju termoakustičnega hladilnika ali s kompresorjem v pulzni cevi z zaprtim ventilom ustvarimo zvočno valovanje, kjer temperatura in tlak nihata s fazno razliko  $\pi/2$  glede na hitrost. V članku smo opisali dva načina, kako lahko to fazno razliko spremenimo in dosežemo črpanje toplote:

- a) Pri termoakustičnem hladilniku spremembo dosežemo s toplotnim stikom med plinom in skladom plošč.
- b) Pri hladilniku s pulzno cevjo z odprtino pa spremembo dosežemo s sistemom ventila in rezervoarja, ki deluje analogno električnemu  $RC$  členu.

V obeh primerih dobimo potujoče zvočno valovanje – povprečen tok dela, katerega izvir je zvočnik ali kompresor. Tok dela se v termoakustičnem hladilniku porablja neposredno

za črpanje toplote. V hladilniku s pulzno cevjo z odprtino pa tok dela črpanje toplote povzroči posredno, porablja pa se v regeneratorju in pri ventilu.

Primerjajmo izkoristka obeh hladilnikov z izkoristkom idealnega (Carnotovega) hladilnika:  $\eta_C = 1/(\frac{T_H}{T_C} - 1)$ . Če ne upoštevamo izgub v resonatorju in izgub zaradi prevajanja toplote, je izkoristek termoakustičnega hladilnika enak [5]:

$$\eta_{TA} = \frac{\langle \dot{Q}_H \rangle}{\langle \dot{A}_Z \rangle} = \frac{\nabla T_0}{(\nabla T_0)_{krit}} \eta_C.$$

Ker je razmerje temperaturnih gradientov pri črpanju toplote nujno manjše od ena (enačba (11)), je izkoristek termoakustičnega hladilnika vedno manjši od izkoristka idealnega hladilnika. Čimbolj pa se razmerje temperaturnih gradientov približuje ena (čimvečja je temperaturna razlika pri dani dolžini plošč), temmanjša je hladilna moč (enačba (11)). Izkoristek hladilnika s pulzno cevjo z ventilom, pri katerem ne upoštevamo izgub zaradi upora regeneratorja in zaradi prevajanja toplote, pa je [10]:

$$\eta_{PC} = \frac{\langle \dot{Q}_H \rangle}{\langle \dot{A}_K \rangle} = \left(1 - \frac{T_H}{T_T}\right) \eta_C.$$

Tudi ta izkoristek je vedno manjši od idealnega, vendar se razlika med njima z naraščajočo temperaturno razliko manjša. Izkoristki delujočih hladilnikov obeh vrst so zaradi prevajanja toplote, viskoznosti plina, dinamičnega upora gradnikov hladilnika in drugih izgub še dosti manjši [9]. Tu smo navedli le teoretični zgornji meji.

Oba hladilnika sta konstrukcijsko zelo preprosta in zato tudi zanesljiva in imata dolgo življenjsko dobo. Ker se v njunem hladnem delu premika le plin, so mehanske vibracije hladnega dela zelo majhne. To je še posebej pomembno pri hlajenju občutljivih senzorjev.

Zaradi narave termoakustičnega pojava je temperaturna razlika, ki jo doseže termoakustični hladilnik, omejena s kritičnim gradientom temperature. To daje pri nizkih temperaturah prednost hladilniku s pulzno cevjo z odprtino, ki podobne omejitve nima. Pri temperaturah nižjih od 10 K pa je toplotna kapaciteta običajnih regeneratorskih snovi premajhna. Glavni, fononski prispevek k toplotni kapaciteti namreč pada s temperaturo na tretjo potenco. Za hlajenje v tem temperaturnem območju je treba poiskati nove materiale, ki imajo tudi pri temperaturah pod 10 K dovolj veliko toplotno kapaciteto. Ena od pomembnih vej raziskav na področju hlajenja do nekaj K se zato ukvarja z raziskovanjem materialov. V zadnjih letih posvečajo veliko pozornost zlitinam redkih zemelj z nikljem in germanijem ([11], [12]), ki imajo pri temperaturah pod 10 K magnetni fazni prehod in zaradi tega povečano toplotno kapaciteto.

# Literatura

- [1] F. Bošnjaković: *Nauka o toplini, II. dio*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1976.
- [2] J. Wheatley, T. Hoffer, G.W. Swift, A. Migliori: *An intrinsically irreversible thermoacoustic heat engine*, J. Acoust. Soc. Am. **74** (1983) 153.
- [3] J. Wheatley, T. Hoffer, G.W. Swift, A. Migliori: *Understanding some simple phenomena in thermoacoustics with applications to acoustical heat engines*, Am. J. Phys. **53** (1985) 147.
- [4] L.D. Landau, E.M. Lifshitz: *Fluid mechanics*, Pergamon, Oxford, 1987.
- [5] G.W. Swift: *Thermoacoustic engines*, J. Acoust. Soc. Am. **84** (1988) 1145.
- [6] J. Strnad: *Fizika, 1. del*, DMFA, Ljubljana, 1987.
- [7] R. Radebaugh, J. Zimmerman, D.R. Smith, B. Louie: *A comparison of three types of pulse tube refrigerators: new methods for reaching 60 K*, Advances in Cryogenic Engineering **31** (1986) 779.
- [8] S. Zhu, P. Wu, Z. Chen, W. Zhu, Y. Zhou: *A single stage double inlet pulse tube refrigerator capable of reaching 42 K*, Cryogenics **30** September Supplement (1990) 257.
- [9] <http://www.cryomech.com/cryostats.htm>
- [10] P. Kittel: *Ideal Orifice Pulse Tube Performance*, Cryogenics **32** (1992) 843.
- [11] Y. Long, H. Fu: *Heat capacity of ternary compounds RNiGe (R=Gd, Dy, Er, Y)*, J. Appl. Phys. **78** (1995) 7410.
- [12] A. Takahashi, Y. Tokai, M. Sahashi, T. Hashimoto: *Specific heat of a regenerator material Er<sub>3</sub>Ni*, Jpn. J. Appl. Phys. **33** (1994) 1023.