

# Fizikalni praktikum 5, smer: FMT

Zimski semester 2014/2015, četrtek 12 – 16:

Ime Priimek	15/10	22/10	29/10	5/11	12/11	19/11	26/11	3/12	10/12	17/12
Rok Nosan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Davor Grabnar	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8
Jaka Olenik	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7
	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6
Matej Mrak	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5
Maj Vilič	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4
	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3
	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1

Imena vaj:

1. Elektronska spinska resonanca
2. Difuzija tekočin
3. Holografija
4. Elektrooptični pojav
5. Osnove mikrovalovne tehnike
6. Fazno občutljivi ojačevalnik
7. Poskusi z žarki X
8. Spektrometrija žarkov gama
9. Kotna korelacija anihilacijskih žarkov gama
10. Hallov pojav

---

Vojko Jazbinšek  
soba: 309  
tel: 4766580  
e-mail:vojko.jazbinsek@fmf.uni-lj.si

Navodila:  
<http://www.fmf.uni-lj.si/~jazbinsek/Praktikum5/>

## ELEKTRONSKA SPINSKA REZONANCA (ESR)

Za spektroskopijo z elektronsko spinsko resonanco se pogosto uporabljata sinonimna izraza: elektronska paramagnetna resonanca (EPR) ali elektronska magnetna resonanca (EMR). Magnetna resonančna spektroskopija se imenuje, ker merimo prehod med energijskimi nivoji prostih elektronov v magnetnem polju. Osnovni principi so podobni kot pri jedrski magnetni resonanci (NMR), le da so pri elektronski resonanci frekvence prehodov mnogo višje, večinoma se dela v mikrovalovnem frekvenčnem področju (do 30 GHz). Zanimivi so pa tudi poizkusi pri nižjih frekvencah in odgovarjajočem nižjem magnetnem polju.

ESR se uporablja za študij prostih radikalov pri kemičnih reakcijah pa tudi pri stabilnih spojinah. EPR signal dajo paramagnetne soli; poogleneli materiali, nekateri polimeri; zlasti pa je uporabna za študij strukturnih defektov v kristalih (F in V centri).

NAPACEN!

Elektron je delec s spinom  $S = 1/2$  in ima magnetni moment, katerega velikost bi bila po "klasični teoriji" en Bohr-ov magneton  $\beta$  ( $\beta = eh/2mc = 9,273 \times 10^{-27} \text{ Am}^2$ ) - kjer je:  $e$  osnovni naboj elektrona;  $h$  Planck-ova konstanta;  $m$  masa elektrona in  $c$  svetlobna hitrost. V zunanjem magnetnem polju  $B_0$  sta možni dve orientaciji; paralelno polje ( $m_s = 1/2$ ) in antiparalelno polje ( $m_s = -1/2$ ) ( $m_s$  je magnetno kvantno število). Med tema dvema stanjema je energijska razlika  $\Delta E$ :

$$\Delta E = E_{+1/2} - E_{-1/2} = g \cdot \beta \cdot B_0$$

kjer je  $g$  Lande-jev faktor in je za prost elektron enak 2 (oziroma bolj natančno  $g=2,0023193$  zaradi relativističnih efektov).  $g$ -faktor secer zavisi še od kemične vezave in elektronskega okolja. Prehode med tema nivojema lahko vzbujamo z elektromagnetnim

(sevanjem), katerega frekvenca izpolnjuje pogoj: (velja izbirno pravilo  $s_{ms} = \pm 1$ )

$$\Delta E = g \beta B_0 = h\nu \quad (\text{h-Planck-ova konst.})$$

Tako dobimo zvezo med frekvenco in resonančno vrednostjo magnetnega polja. Resonančna frekvenca je torej funkcija magnetne poljske gostote  $B_0$ , za prost elektron dobimo razmerje  $\nu/B_0 = 28,026 \text{ GHz/Tesla}$ . (Za primer protonske jedrske magnetne resonance so resonančne frekvence približno 650-krat nižje;  $\nu_{NMR}/B_0 = 10,5 \text{ MHz/Tesla}$ ).

Energijska razlika  $\Delta E$  je razmeroma majhna v primeru z vidno ali infrardečno spektroskopijo, zato so signali precej šibki. Relativna populacija obeh energijskih nivojev ločenih z energijsko razliko  $\Delta E$  je dana z Boltzmann-ovo porazdelitvijo:

$$\frac{n_2}{n_1} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

kjer je:  $k$  - Boltzmannova konstanta ( $k=1,3910^{-23} \text{ J/sT}$ ) in  $T$  absolutna temperatura.

N.pr. Pri frekvenci  $\nu = 100 \text{ MHz}$  in sobni temperaturi je relativna razlika  $\frac{n_2 - n_1}{n_1} \approx 2 \cdot 10^{-5}$ . Neto absorbcija radiacije in s tem občutljivost zavisi od razlike populacij  $n_2 - n_1 = \Delta n$ ; torej čim višja je frekvenca in z njo magnetno polje, tem večja je občutljivost. Zaradi interakcij elektrona s kristalno mrežo, z drugimi elektroni ali jedri, resonančne črte niso ostre ampak razširjene ali razcepljene.

### Aparatura

Vzorec DPPH se nahaja v tuljavi resonančnega kroga regenerativnega oscilatorja. Ko doseže zunanje magnetno polje  $B_0$  vrednost, ki izpolnjuje resonančni pogoj nastopi absorbcija visokofrekvenčnega valovanja ( $Q$  - faktor nihajnega kroga se zniža) in amplituda oscilacij oscilatorja pade. Usmerimo jih z diodo in opazujemo na osciloskopu. Precej olajšamo merjenje z modulacijo magnetnega polja, amplituda le te je mnogo

DPPH Diphenyl Picril Hidrazin

manjša od statične komponente polja (slika 2), frekvenco izberemo primerno, n.pr. 215 Hz. Dvakrat v periodi polje preide resonančno točko in absorpcijski signal se pojavi na osciloskopu. To velja, če je amplituda modulacije večja od širine črte. Običajna pa je manjša, v tem primeru dobimo signal modulacijske frekvence, katerega amplituda je proporcionalna odvodu absorpcijske črte v odvisnosti od statične komponente polja. Signal, ki ga opazujemo na osciloskopu, je šibek in le malo izstopa iz šuma. Da izboljšamo razmerje signala proti šumu, uporabimo fazni detektor.

Fazni detektor lahko uporabljamo pri merjenjih, kjer je na razpolago referenčni signal  $U_r = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . V našem primeru je to napetost, ki napaja modulacijske tuljave. Signal  $U_s = A(t) \cos \omega t$  je usmerjen izhod regenerativnega oscilatorja delno prekrit s šumom in iste frekvence  $\omega$ ; med njima je fazna razlika  $\varphi$ . Osnova delovanja faznega detektorja je, da napravi produkt obeh signalov kot analogni množilec:

$$U_{out} = U_{ref} \cdot U_{sign} = A(t) \cos(\omega t + \varphi) \cos \omega t \quad U_0 = 1$$

$$A(t) \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos(2\omega + \varphi)]$$

Vidimo, da nosilna frekvenca signala  $A(t)$  ni več  $\omega$  ampak nič. Če izhodni signal filtriramo z RC filtrom, člen z  $2\omega$  odpade in tudi vse komponente v  $A(t)$  s frekvenco večje od  $1/RC$ . Tipična vrednost  $RC$  je 1s; torej fazni detektor prepušča frekvenčni pas širine 1 Hz okrog modulacijske frekvence  $\omega$ . Izhod regenerativnega oscilatorja ima frekvenčno širino nekaj kiloherzov (to opazujemo na osciloskopu). Teoretsko izboljšanje razmerjasignala proti šumu:

$$\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{fazni det.}}{\left(\frac{S}{N}\right)_{reg. osc.}} = \sqrt{\frac{(\Delta f)_{f.d.}}{(\Delta f)_{osc.}}} \approx 50$$

Naloga:

- Z DPPH vzorcem kot merjencem določi g-faktor prostega elektrona in razmerje  $B/\nu r$ .
- Izmeri širino absorpcijske črte.

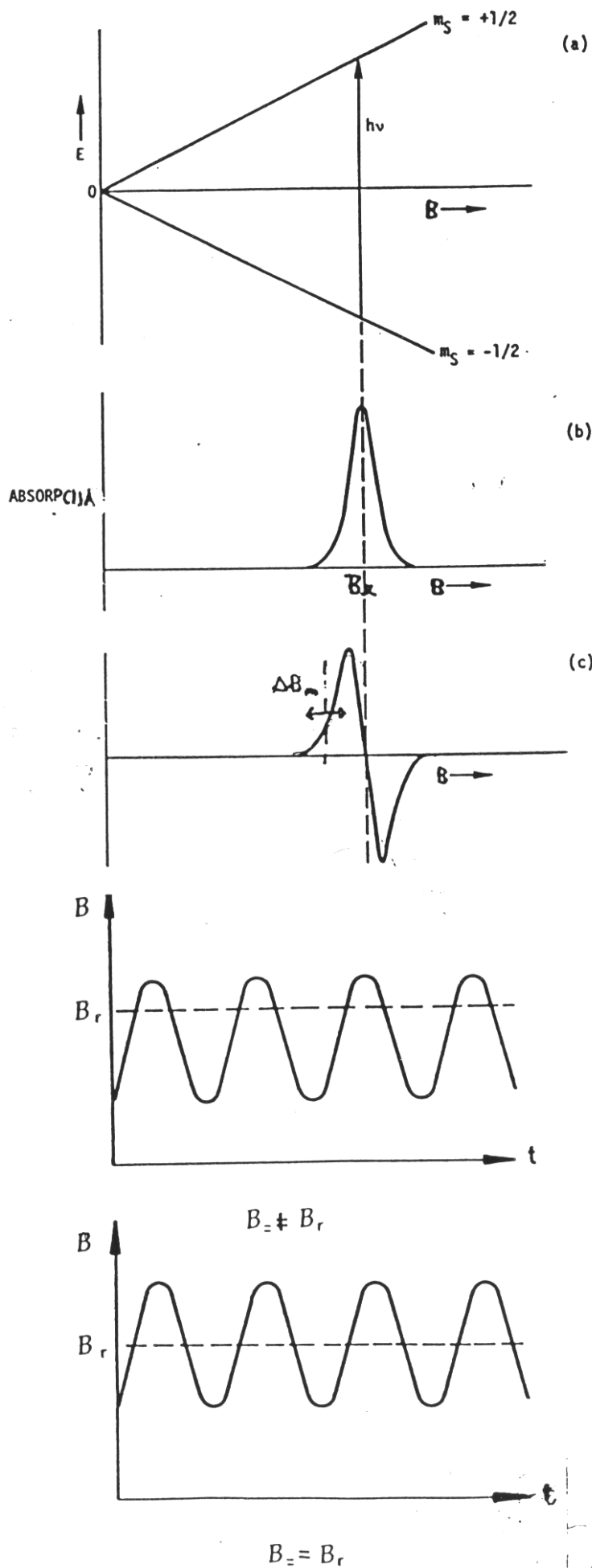


Diagram energijskih nivojev  
prostega elektrona v  
magnetnem polju

ESR absorbcija r.f. energije v  
odvisnosti magnetnega polja

Amplitudi ESR signala na  
izhodu detektorja je  
proporcionalna odvodu  
absorpcijske črte

(Slika 1.)

Magnetno polje  $B$  sestoji  
iz istosmerne komponente  
 $B_{\parallel}$  in izmenične  $B_{\perp}$ ,  
tako, da je  $B = B_{\parallel} + B_{\perp}$ .  
 $B_{\parallel}$  spreminjamo s tokom,  
ki napaja elektromagnet.

Slika 2

Navodilo:

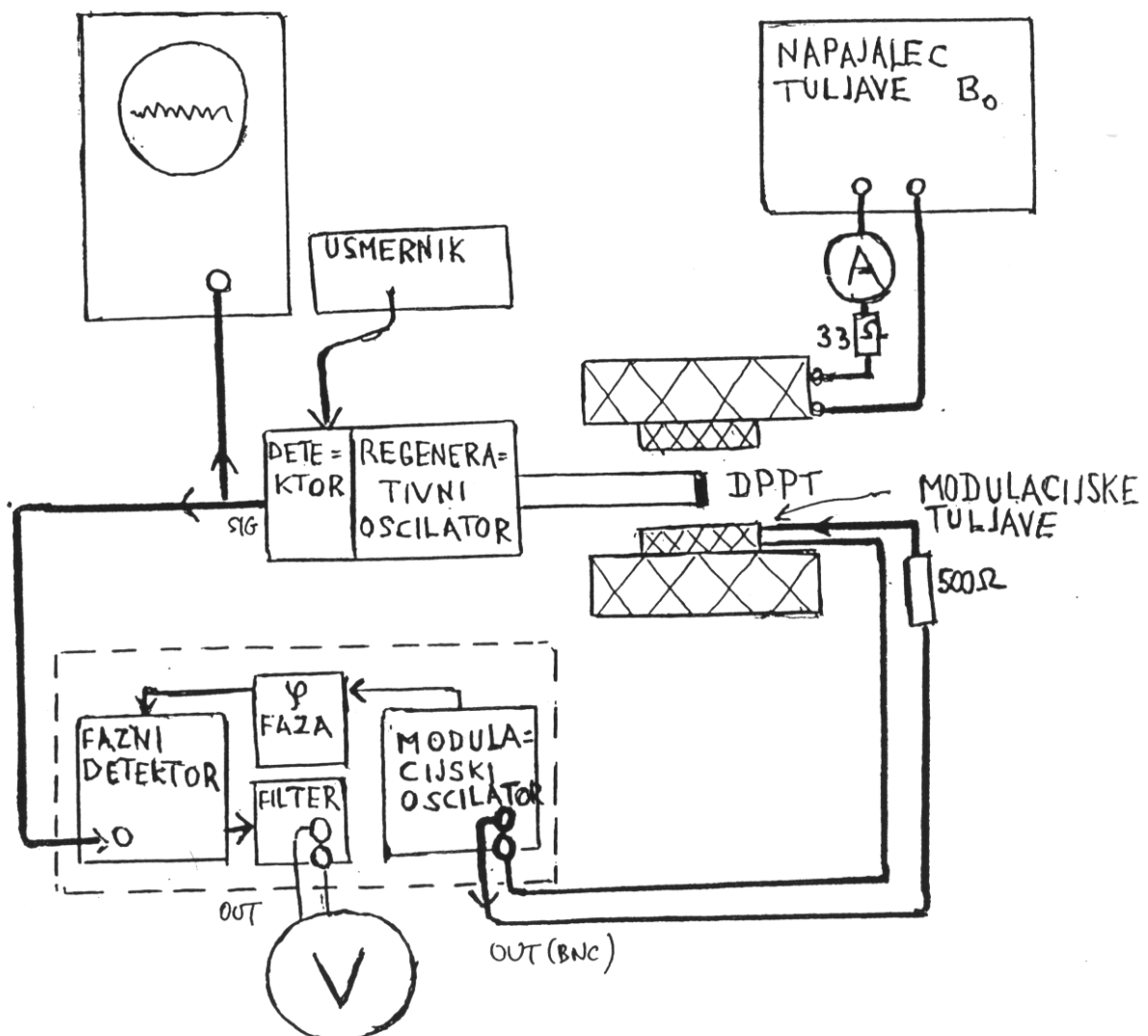
- A) Izmeri frekvenco regenerativnega oscilatorja tako, da opazuješ na osciloskopu bibanje, ki ga povzroči drug oscilator z znano frekvenco. (okrog 90 MHz).

Izračunaj magnetno poljsko gostoto tuljave po formuli

$$B_0 = \frac{\mu_0 n I}{d}$$

kjer je  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ ,  $n = 1557$  (število ovojev),  $d$  - diagonala tuljave in  $I$  tok skozi tuljavo ( $I \approx 300$  mA).

- B) Izmeri s faznim detektorjem odvod absorpcijske črte tako, da spreminjaš tok  $I$  v majhnih korakih in odčitavaš izhod faznega detektorja. Širina absorpcijske črte je  $\Delta B$  definirana kot razmik med ekstremoma odvoda.



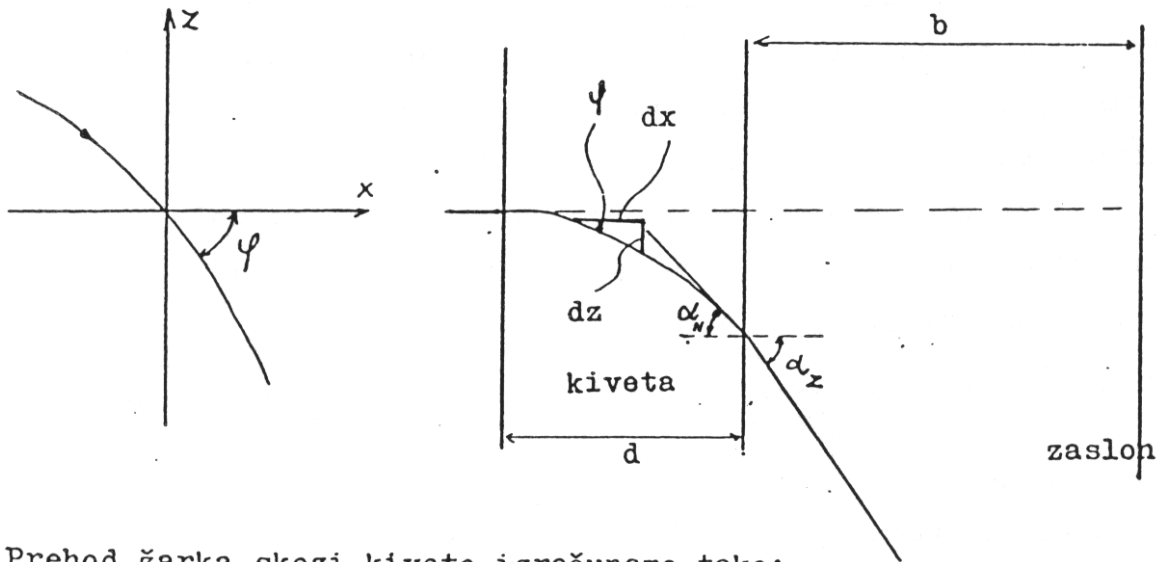
D I F U Z I J A T E K O Č I N

Pot žarka v nehomogenem, plastovitem sredstvu:

Sredstvo naj bo iz planparalelnih plasti, tako da zavisi lomni količnik le od ene koordinate (višine z ). Lomni zakon

$$\frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{se posploši na sredstvo z zvezno}$$

spremenljivim lomnim količnikom:  $\cos \varphi = \frac{\text{konst}}{n(z)}$



Prehod žarka skozi kiveto izračunamo tako:

$$d(\log \cos \varphi) = - d(\log n) \quad \text{ali}$$

$$\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{dn}{n} ; \quad \text{tg} \varphi \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \frac{dz}{dx} ; \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dz}$$

Žarek se torej v kiveti odkloni za kot  $\alpha_N = \frac{d}{n} \frac{dn}{dz}$

Po izstopu iz kivete se odklon še poveča  $\alpha_Z = n \alpha_N = d \frac{dn}{dz}$

Na zaslonu dobimo potem odmik  $Y = b d \frac{dn}{dz}$ . Iz izpeljave se vidi, da velja izračunani odklon le za majhne kote ( $\alpha \approx \sin \alpha$ ) in za  $d \ll b$ , Če obsvetimo kiveto z ravninskim snopom žarkov, nagnjenim za  $45^\circ$ , dobimo na zaslonu krivuljo. Le če je sredstvo homogeno, dobimo na zaslonu premico.

### Difuzija

Koncentracija difundirajoče snovi  $f$  je funkcija kraja in časa. Difuzijski tok je sorazmeren gradientu koncentracije:

$\vec{Q} = -D \text{grad } f$ . Upoštevamo še kontinuitetno enačbo

$$\text{div } \vec{Q} = -\frac{\partial f}{\partial t} \quad \text{in dobimo} \quad D \nabla^2 f = \frac{\partial f}{\partial t}$$

ali v našem primeru  $D \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial f}{\partial t}$ . Osnovna rešitev

te enačbe je  $f = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$  (preizkusi!) in

predstavlja porazdelitev v primeru, ko je v času  $t = 0$  difundirajoča snov vsa zbrana na mestu  $z = 0$ . Rešitev za poljubno začetno porazdelitev snovi dobimo iz osnovne rešitve z integriranjem.

Primer: V začetku je snov enakomerno porazdeljena po polprostoru  $z > 0$   $f = f_0 = 1$ , v polprostoru  $z < 0$  pa je  $f(z) = 0$ . Rešitev je v tem primeru

$$f = \frac{f_0}{2} \left[ 1 + \text{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right) \right], \quad \text{kjer je } \text{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-\eta^2} d\eta$$

tabelirana funkcija.

Pri opisnem poizkusu so začetni pogoji prav taki. Če vzamemo, da je lomni količnik linearna funkcija koncentracije, velja tudi

$$n(z) = \frac{n_0 + n_1}{2} + \frac{n_1 - n_0}{2} \text{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right)$$

in iz prej navedenega sledi:

$$Y = b d \frac{dn}{dz} = b d (n_1 - n_0) \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{z^2}{4Dt}\right)$$

Ploščina pod krivuljo je od časa neodvisna:

$$S = y dz = k b d (n_1 - n_0) \quad k = \frac{a + b}{a}$$

kjer je  $k$  povečava,  $a$  pa razdalja med izvorom divergentnega snopa žarkov in kivetu.



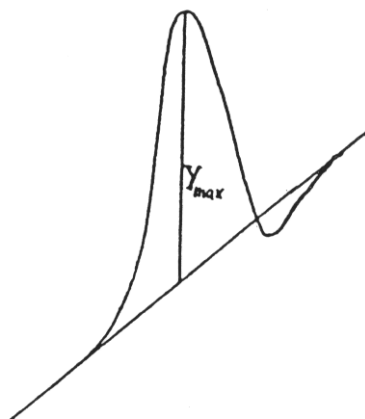
Maksimalni odmik je sorazmeren  $t^{-1/2}$

$$Y_{\max} = b d \frac{n_1 - n_0}{(4\pi D t)^{1/2}} = \frac{S}{k (4\pi D t)^{1/2}}$$

### Navodilo

Postavi laser okoli 180 cm od zaslona, kiveto na jezdecu pa na sredo med njiju tako, da bo laserski žarek padal preko sredine kivete na spodnji del zaslona z milimetrskim papirjem. Zaradi rahlo divergentnega snopa postavi pred laser zbiralno lečo. Med lečo in kiveto pritrdi še stekleno paličico, nagnjeno pod kotom  $45^\circ$ , ki ima nalogo razpršiti žarek v ravninski snop žarkov. S premikanjem paličice in leče moraš doseči, da bo na kiveto padal čim ostrejši snop, ki bo obsvetil ravno celo širino kivete. Ker je v naši postavitvi a razdalja med paličico in kiveto, si s tem dosegel največjo možno povečavo k.

Natoči v kiveto do polovice alkohola, nato pa s kapilarnim lijakom vodo na dno. Natakaj zelo previdno in počasi, da se tekočini med seboj ne pomešata. Na zaslonu moraš videti krivuljo, kot jo približno kaže slika.



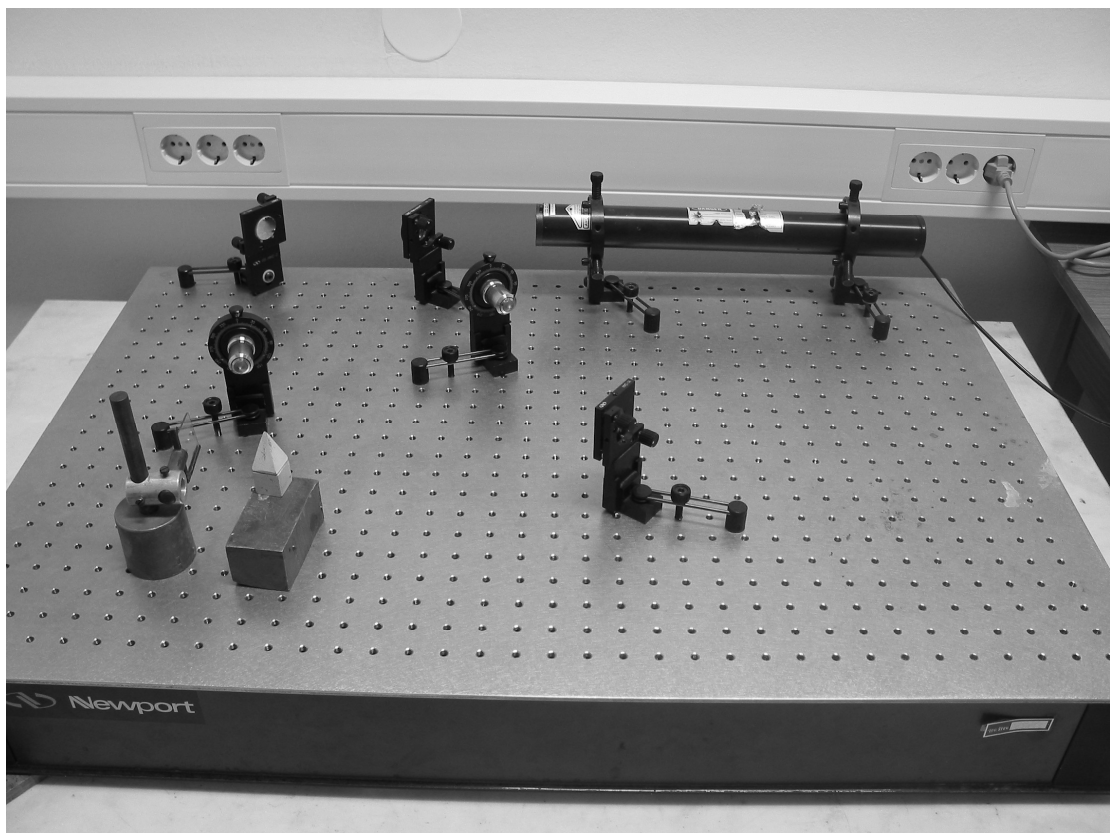
V začetku zarisuj višino  $Y_{\max}$  vsakih 10 - 15 min, kasneje v daljših intervalih. Večkrat nariši tudi celotno krivuljo. Ne pozabi izmeriti razdalj a, b in debeline d !

Nariši diagram: na absciso čas, na ordinato pa kvocient

$\frac{1}{4\pi k^2} \left( \frac{S}{Y_{\max}} \right)^2$ . Dobiti moraš premico, katere strmina je enaka konstanti D. Ploščino S izmeri na risbi in primerjaj z izračunano vrednostjo po formuli. Ali so ploščine krivulj enake?

Podatek :  $n_{\text{net alk}} - n_{\text{H}_2\text{O}} = 0,029$

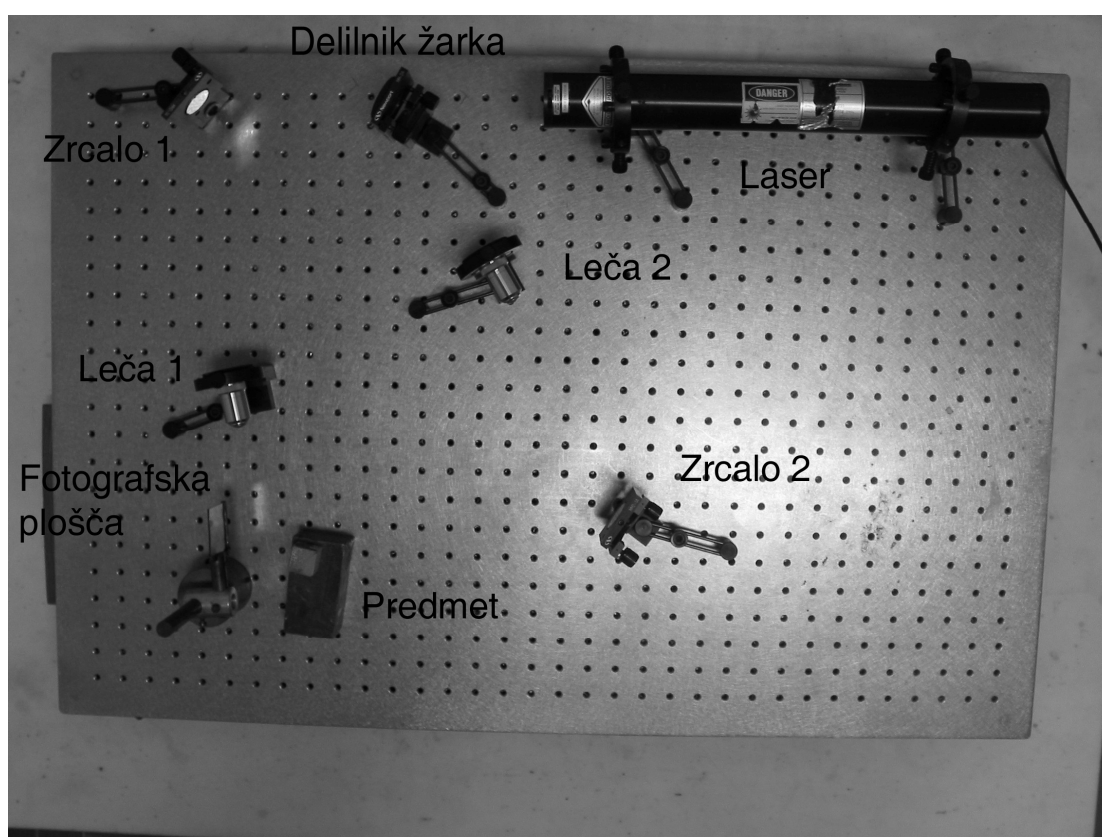
# Holografija



## Uvod

Holografija je posebna vrsta fotografije, ki omogoča tridimenzionalno ponazoritev predmeta. Pri navadni fotografiji zabeležimo na fotografski film ali ploščo projekcijo porazdelitve gostote svetlobnega toka, ki ga seva predmet. Projekcijo dosežemo s pomočjo optične leče. Slika je dvodimenzionalna, ker ob gledanju slike manjšega predmeta pred večjim ne moremo videti zastrte dele, četudi bi usmerili pogled na fotografijo pod različnimi koti.

Svetlobno valovanje (električna poljska jakost) nosi podatek o globinski porazdelitvi posameznih točk na površini predmeta v fazi valovanja. Pri običajni fotografiji je ta podatek izgubljen, saj je počrnitev filma sorazmerna povprečni vrednosti kvadrata električne poljske jakosti, ki je neodvisna od fazne razlike. Pri holografskem zapisu ohranimo podatke o fazah tako, da s fotografsko ploščo registriramo interferenčno sliko, ki nastane pri interferenci med svetlobo, ki jo siplje predmet in svetlobo, ki na poti do fotografske plošče predmet obide. Slika 1 kaže postavitev za snemanje holograma.



Slika 1. Postavitev za snemanje holograma.

Laserski snop s pomočjo delilnika žarka razcepimo na dva enako močna snopa. Prepuščen snop, ki se odbije na ravnem zrcalu s pomočjo mikroskopskega objektivna razpršimo in z njim osvetlimo predmet (predmetni žarek). Odbiti žarek prav tako razpršimo z mikroskopskim objektivom in ga nato s pomočjo drugega zrcala usmerimo direktno na fotografsko ploščo (referenčni žarek). Oba snopa interferirata in fotografska plošča registrira njuno interferenčno sliko. Kot izvor svetlobe uporabimo laser, saj je za dosego interference potrebno, da je koherentna dolžina svetlobe dalša od razlike poti, ki jo opravita predmetni in referenčni snop.

Koordinatni sistem za opis valovanja na fotografski plošči postavimo tako, da se njegova  $(x,y)$  ravnina ujema s fotografsko ploščo. Svetlobno polje opišemo s poljem električne poljske jakost  $E$ . Zaradi enostavnejše obravnave računamo, kot da ima električna poljska jakost po odboju na predmetu isto smer kot pred odbojem. Vzeli bomo, kot da ima  $E$  ves čas eno samo komponento  $E$ , ki jo bomo obravnavali kot skalar. Zapišimo v točki  $(x,y)$  na fotografski plošči električno poljsko jakost predmetnega snopa  $E_p(x,y)$  in referenčnega snopa  $E_r(x,y)$  kot

$$E_p(x, y) = E_{p_0}(x, y) \exp(-i\Phi(x, y)) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

$$E_r(x, y) = E_{r_0}(x, y) \exp(-i\Psi(x, y)) \exp(i\omega t) \quad (2)$$

kjer sta  $\Phi(x, y)$  in  $\Psi(x, y)$  fazi valovanj. Ker sta valovanja koherentni, je rezultirajoča električna poljska jakost

$$E(x, y) = E_p(x, y) + E_r(x, y) \quad (3)$$

Ustrezna gostota svetlobnega toka je sorazmerna kvadratu električne poljske jakosti, ki ga označimo z  $I$ .

$$I = (E_p + E_r)(E_p + E_r)^* = |E_p|^2 + |E_r|^2 + E_p E_r^* + E_p^* E_r \quad (4)$$

Iz enačbe (4) vidimo, da se na fotografsko emulzijo poleg intenzitete predmetnega in referenčnega snopa (prvi in drugi člen) zapišeta tudi interferenčna člena (tretji in četrti člen), ki vsebujeta informacijo o relativnih fazah med predmetnim in referenčnim snopom. Počrnitev fotografskega filma na določenem mestu je odvisna od ploskovne gostote energije, ki pade na emulzijo. Ploskovna gostota energije je enaka produktu gostote svetlobnega toka in časa osvetljevanja in jo bomo označili z  $W_{ex}$  (ekspozicija).

Po osvetljevanju je transmitivnosti emulzije  $T$  v odvisnosti od ekspozicije  $W_e$  podana z

$$T \propto W_{ex}^\gamma \propto I^\gamma . \quad (5)$$

Parameter  $\gamma$  je odvisen od lastnosti emulzije in načina razvijanja. Pri naši nadaljnji obravnavi bomo rabili amplitudno prepustnost, ki je definirana kot

$$T_{ampl} = \sqrt{T} \quad (6)$$

Če vstavimo enačbo (4) v izraz za amplitudno transmitivnost holograma (6) in upoštevamo, da je pri snemanju holograma običajno  $E_p \ll E_r$  dobimo

$$T_{ampl} = C|E_r|^\gamma \left( 1 + \frac{\gamma}{2|E_r|^2} (E_p E_r^* + E_p^* E_r) \right) = A + B E_p E_r^* + B E_p^* E_r , \quad (7)$$

kjer sta  $A$  in  $B$  konstanti.

Poglejmo kaj dobimo, če po razvijanju hologram postavimo na prejšnje mesto, ga osvetlimo z referenčnim žarkom, predmet pa odstranimo. V tem primeru je električna poljska jakost na izstopni strani fotografske plošče  $E_{holo}$  enaka produktu

$$E_{holo} = T_{ampl} E_r = A E_r + B |E_r|^2 E_p + B E_r^2 E_p^* . \quad (8)$$

Prvi člen v enačbi (8) predstavlja prepuščeni referenčni snop, ki je delno oslabljen. Drugi člen opisuje divergenten snop žarkov, ki je tak kot bi izhajal od predmeta. Pri prehodu skozi očesno lečo se zbere na mrežnici, kjer nam da realno sliko. Ker so valovne fronte, ki izhajajo iz holograma enake tistim, ki so izhajale od predmeta, zaznamo sliko, ki jo vidimo pri gledanju holograma, kot tridimenzionalno.

Do pomena tretjega člena v enačbi (8) pridemo s sledečim razmislekom. Če enačbo za amplitudno prepustnost holograma (en. 7) pomnožimo s kompleksno konjugiranim referenčnim valom (kar v realnost pomeni snop, ki se širi v obratni smeri), dobimo

$$E_{holo} = T_{ampl} E_r^* = A E_r^* + B E_r^{*2} E_p + B |E_r|^2 E_p^* \quad (9)$$

Tretji člen v enačbi (9) je enak kompleksno konjugiranemu drugemu členu v enačbi (8) in torej predstavlja predmetni snop, ki se širi v obratni smeri tako, kot da bi izhajal iz predmeta, ki bi bil postavljen zrcalno glede na ravnino holograma. Ker so žarki v

snopu, ki ga predstavlja tretji člen v enačbi (9) konvergentni nam dajo realno sliko, ki bi jo lahko videli, če bi bilo v zraku veliko drobnih delcev (npr. od cigaretne dima).

Ko torej z referenčnim žarkom osvetljujem hologram, dobimo na izhodni strani tri snope: oslabljeni referenčni snop, divergentni snop, ki je tak, kot bi izhajal od predmeta (torej v podaljšku nazaj daje virtualno sliko predmeta), ter konvergentni žarek, ki daje realno sliko predmeta (opazimo ga lahko na drobnih delcih cigaretne dima). Pri dovolj veliki razdalji so vsi trije snopi med seboj prostorsko ločeni.

## Hologram ravnih valov

Poglejmo si hologram, ko sta predmetni in referenčni žarek ravna valova oblike  $e^{i(kr-\omega t)}$ , od katerih prvi pada na fotografsko ploščo pod kotom  $\alpha$  glede na normalo, drugi pa v smeri normale. Izberimo koordinatni sistem, v katerem se valovna vektorja prvega in drugega žarka zapišeta kot  $\vec{k}_p = (k \sin \alpha, 0, k \cos \alpha)$  in  $\vec{k}_r = (0, 0, k)$ . Vzemimo, da se fotografska plošča nahaja v ravnini  $z=0$ . Potem je intenziteta interferenčnega vzorca na njej enaka

$$I_{\text{int}} = C \left| 1 + e^{ik \sin \alpha x} \right|^2 = C' (1 + \cos(k \sin \alpha x)) \quad . \quad (10)$$

Hologram je kosinusna uklonska mrežica s periodo

$$d = \frac{2\pi}{k \sin \alpha} \quad . \quad (11)$$

Natančnejši račun s Fraunhoferjevim uklonskim integralom pokaže, da dobimo pri osvetlitvi kosinusne uklonske mrežice z ravnim valom poleg prepuščenega vala še dva uklonjena žarka prvega reda, ki sta razporejena simetrično levo in desno glede na prepuščen val. Ustrezata drugemu in tretjemu členu v enačbi (8). Splošen tankoplastni hologram lahko torej razumemo kot superpozicijo kosinusnih uklonskih mrežic, ki nastanejo pri interferenci referenčnega žarka in žarkov, ki izvirajo iz posameznih točk objekta.

## Naloga

Sestavi postavitev za snemanje holograma in ga posnemi!

Posnemi interferogram dveh ravnih valov!

## Potek dela

Sistem za snemanje hologramov sestavi po vzoru, kot kaže slika 1. Poskrbi, da bo povprečni kot med predmetnim in referenčnim snopom čim manjši. Na ta način dosežeš, da razdalje med maksimumi osvetlitve na fotografski plošči niso premajhne in se ni treba bati, da zaradi tresenja holografske mize in zaradi končne ločilne sposobnosti fotografske emulzije (okrog tisoč črt na mm) hologram ne bi uspel. Oцени velikost te razdalje!

V tri banjice si pripravi kemikalije za razvijanje: v prvo nalij razvijalec, v drugo vodo in v tretjo fiksir.

V temi namesti fotografsko ploščo v nosilec z emulzijo obrnjeno proti predmetu.

Fotografske ploščo osvetli za nekaj sekund!

Ploščo razvijaj približno eno minuto v razvijalcu, nato jo sperj z vodo in daj še za eno minuto v fiksir.

Ko se posuši, jo namesti nazaj v nosilec, odstrani predmet in poišči sliko predmeta!

Interferogram dveh ravnih valovanj posnemi tako, da usmeriš razpršeni predmetni in referenčni žarek naravnost na fotografsko ploščo. Ker valovanji nista popolnoma ravni, bo mrežica nekoliko popačena. Tudi v tem primeru ne pozabi na opozorilo o kotu med žarkoma!

Ker nimaš merilca, pri snemanju holograma ne moreš določiti ekspozicije. Dobljeni hologram ne bo idealen. Ob rekonstrukciji poskusi za oba holograma ugotoviti prisotnost uklonov višjih redov. Ali je slika odvisna od velikosti holograma?

## Literatura

E. Hecht, Optics, ISBN 0-201-30425-2

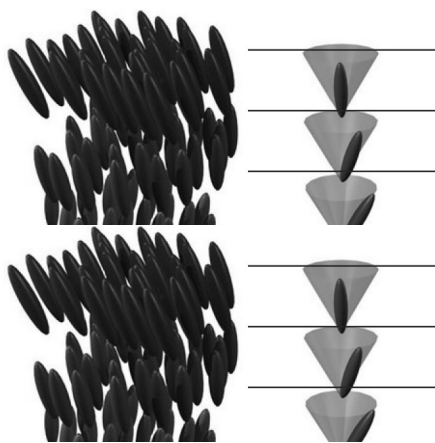
# **Elektrooptični pojav v feroelektričnem tekočem kristalu**



## Uvod

Tekoče kristale tvorijo podolgovate molekule, ki se pri ne previsokih temperaturah orientacijsko uredijo. Za smektične tekoče kristale je poleg orientacijskega reda značilna tudi plastovita struktura, torej enorazsežen pozicijski red. Molekule se uredijo v plasti, plasti same se vedejo kot dvorazsežna tekočina. V smektikih A kaže odlikovana smer, ki ji pravimo direktor, vzdolž normale plasti, v smektikih C pa ne: kot, ki ga oklepa direktor z normalo, znaša navadno med 10 in 30°.

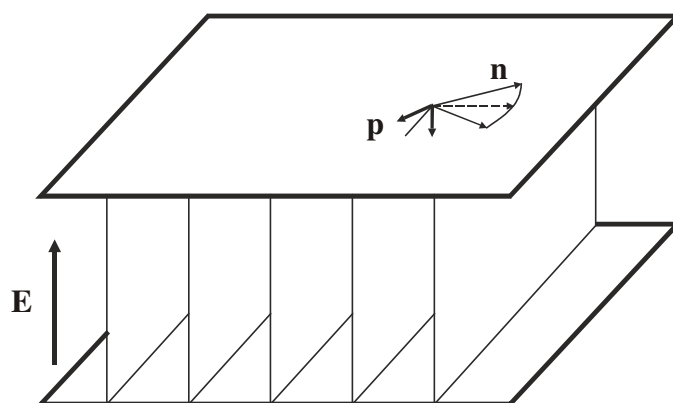
Feroelektrične smektične C\* tvorijo molekule, ki imajo velik električni dipolni moment prečno na vzdolžno os molekul, zato se v teh snoveh pojavi električna polarizacija, ki leži v ravnini plasti in je pravokotna na direktor; električna polarizacija je približno sorazmerna s kotom nagiba. Tekoči kristali so posebej uporabni zaradi dvolomnosti, ki izhaja iz orientacijske urejenosti molekul, optična os je vzporedna z direktorjem (slika 1).



Slika 1: Struktura smektične C\* faze: molekule ležijo v plasteh, povprečna smer molekul opiše vijačnico v smeri normale plasti

V debelem vzorcu feroelektričnega tekočega kristala se smer nagiba in s tem smer električne polarizacije v smektičnih ravninah zlagoma spreminja vzdolž normale plasti. Korak vijačnice, ki jo opiše konica direktorja, je navadno na nekaj sto do nekaj tisoč debelin plasti. poln krog. Zaradi vijačne strukture je makroskopska električna polarizacija vzorca enaka 0. Polarizacijo plasti lahko uredimo v isto smer bodisi z zunanjim električnim poljem bodisi tako, da vzorec ogradimo s ploščicama, ki

predpisujeta orientacijo molekul, kar dosežemo s kemično ali mehansko obdelavo površin. Če je razmik med ploščicama dovolj majhen (navadno manj kot  $5\mu\text{m}$ ), se direktor uredi v predpisani smeri po vsem vzorcu. V takem površinsko stabiliziranem feroelektričnem tekočem kristalu so smektične ravnine pravokotne na ploščici, električna polarizacija pa leži v ravnini ploščic (slika 2).



Slika 2: Shema površinsko stabilizirane feroelektrične tekočerkristalne celice: smektične plasti so pravokotne na ograjujoči ploščici; direktor ( $\mathbf{n}$ ) lahko leži v dveh smereh, ki ju s konusa možnih smeri odbere ravnina steklene ploščice; polarizacija ( $\mathbf{p}$ ) leži pravokotno na direktor v ravnini ploščic. Optična os kaze v smeri normale plasti.

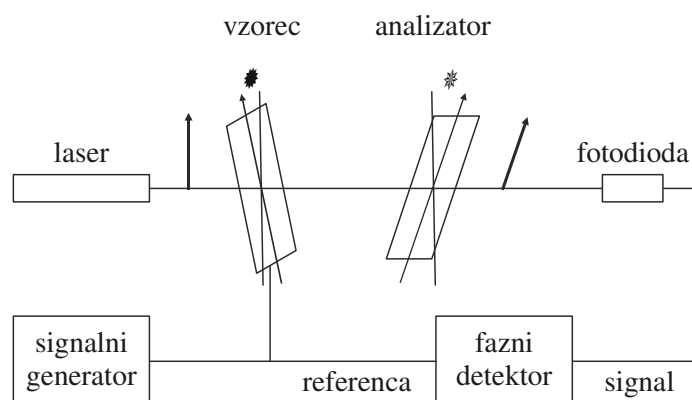
Če postavimo tanek površinsko stabiliziran feroelektrični tekoči kristal v zunanje električno polje, pravokotno na ograjujoči ploščici, se električna polarizacija vzorca deloma zasučje v smeri polja. Ker je povezana z orientacijo direktorja, se tudi ta nekoliko zasučje na stožcu dovoljenih smeri, ki ga določa predpisani nagib direktorja glede na normalo plasti, značilen za Sm C fazo. Zato se spremeni smer optične osi vzorca, kot kaže slika 2. Zasuk električne polarizacije je linearno odvisen od električnega polja, zato je tudi zasuk optične osi sorazmeren s poljem. Linearnemu odzivu lomnega količnika snovi na zunanje električno polje pravimo elektrooptični pojav.

Zasuk polarizacije in s tem direktorja v izmeničnem električnem polju je odvisen tudi od frekvence. Če je previsoka, polarizacija ne more več slediti polju. Odvisnost spremembe polarizacije ( $\delta P$ ) od frekvence lahko opišemo z Debyevim relaksacijskim modelom

$$\delta P = \delta P_0 \frac{1}{1 + i\omega\tau}. \quad (1)$$

Relaksacijski čas  $\tau$  je odvisen od viskoznosti tekočega kristala in od debeline vzorca. Kot zasuka optične osi, ki je sorazmeren s spremembo polarizacije, ima enako frekvenčno odvisnost.

Spremembo smeri optične osi vzorca lahko zaznamo tako, da opazujemo, kako se spremeni polarizacija svetlobe pri prehodu skozi vzorec. Shema meritve kaže slika 3. Na vzorec posvetimo s polarizirano svetlobo in merimo svetlobno moč, ki jo prepušča analizator za vzorcem. Kot med optično osjo in vpadno polarizacijo označimo z  $\alpha$ , kot med optično osjo in analizatorjem z  $\beta$ . Vpadno polarizacijo razstavimo na izredno komponento, ki je vzporedna z optično osjo, in na redno komponento, pravokotno na optično os. Po prehodu skozi vzorec debeline  $h$  znaša fazna razlika med izrednim in rednim žarkom  $k\Delta nh$ , kjer je  $k$  valovni vektor svetlobe,  $\Delta n$  razlika lomnih količnikov za oba žarka. Analizator prepusti le projekcijo polja na prepustno smer:



Slika 3: Shema eksperimenta; polarizacija svetlobe je nakazana z debelejšo puščico

$$E_p = E_0 [\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \exp(ik\Delta nh)]. \quad (2)$$

$$I_p = I_0 [\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2(k\Delta nh/2)]. \quad (3)$$

Zanima nas predvsem majhna sprememba prepuščene moči, ki je posledica majhne, periodične spremembe smeri optične osi. Zaradi te imata kota  $\alpha$  in  $\beta$  majhni časovno odvisni komponenti

$$\alpha = \alpha_0 + \psi, \quad (4)$$

$$\beta = \beta_0 + \psi. \quad (5)$$

Z razvojem prepuščene moči do linearnega člena v  $\psi$  dobimo, da je izmenični del prepuščene svetlobne moči enak

$$I_p(\omega) = -2I_0 \sin 2(\alpha_0 + \beta_0) \sin^2(k\Delta nh/2) \psi(\omega). \quad (6)$$

Modulacija moči bo torej največja, če je  $\alpha_0 + \beta_0 = \pi/4$ .

Odziv nekega sistema na majhne periodične zunanje motnje najlažje izmerimo s faznim detektorjem, ki vhodni izmenični signal pomnoži z referenčnim izmeničnim signalom s frekvenco modulacije (v našem primeru zunanjega električnega polja, priklopljenega na tekočerkristalni vzorec). Oba imata enaki frekvenci, saj se vzbujevani sistem vselej odziva s frekvenco vzbujanja. Zmnožek signalov vsebuje komponento z dvojno frekvenco in enosmerno komponento, ki jo izločimo z ustreznim nizkopasovnim filtrom. Časovna konstanta filtra določa efektivno širino frekvenčnega intervala, v katerem opazujemo signal. Čim ožji je ta interval, torej čim daljša je časovna konstanta izhodnega filtra, tem manj je v signalu šuma.

Referenčno napetost priključimo na poseben vhod faznega detektorja, ki omogoča, da spreminjamo fazo referenčnega signala napetost. Referenčni signal je torej oblike

$$U_r = U_0 \cos(\omega t + \phi). \quad (7)$$

Signal ni nujno v fazi z motnjo, zato ga zapišemo kot

$$S = S_1 \cos \omega t + S_2 \sin \omega t. \quad (8)$$

Enosmerni del produkta signala in referenčne napetosti, ki ga dobimo na izhodu faznega detektorja, je

$$U_i = \frac{1}{2} U_0 (S_1 \cos \phi + S_2 \sin \phi). \quad (9)$$

Z izbiro faze reference lahko torej ločimo odziv sistema, ki je v fazi z vzbujanjem, in odziv, ki je za  $\pi/2$  iz faze.

V tekočem kristalu je zasuk optične osi  $\psi$  zaradi viskoznosti snovi zakasnen glede na zunanje električno polje. Del, ki je v fazi, dobimo kot realni del izraza 1, del, ki je premaknjen za  $\pi/2$ , pa kot imaginarni del enačbe 1:

$$\psi_r = \frac{\psi_r}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (10)$$

$$\psi_i = -\frac{\psi_i\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (11)$$

Iz izmerjenih  $\psi_r$  in  $\psi_i$  lahko dobimo relaksacijski čas  $\tau$  s prilagajanjem gornjih izrazov meritvam. Imamo pa še drugo zanimivo možnost. Prav lahko se prepričamo, da tvorijo točke v kompleksni ravnini, ki predstavljajo pare  $(\psi_r(\omega), \psi_i(\omega))$  znotraj celotnega frekvenčnega intervala, krožnico v kompleksni ravnini. Središče krožnice je na realni osi pri vrednosti  $\psi_r$ , ki ustreza frekvenci  $\omega = 1/\tau$ . Če določimo središče krožnice, dobimo s tem  $1/\tau$ .

## Potek dela

Najprej se s pomočjo Priročnika seznanite z delovanjem in uporabo faznega detektorja. Shema meritve kaže slika 3. Navpično polarizirana svetloba iz laserja pada na vzorec, katerega optična os tvori s polarizacijo kot, ki je blizu  $45^\circ$ . Svetlobo, ki prepusti analizator, zaznamo s fotodiodo. Fotodioda daje tok, ki je sorazmeren vpadni svetlobni moči. Da ga je lažje opazovati, priključimo na izhod iz diode preko T člana še delovni upor velikosti  $10\text{k}\Omega$ .

1. Na vzorec priključimo izmenično napetost iz signalnega generatorja, ki mu lahko spreminjamo frekvenco. Napetost naj ne bo večja od 3 V, kar preverite z osciloskopom. Napeljite jo tudi na referenčni vhod faznega detektorja.
2. Signal iz fotodiode si najprej oglejte na osciloskopu skupaj z napetostjo na vzorcu. Analizator zavrtite tako, da bo izmenični del signala čim večji. Spreminjajte tudi frekvenco in se prepričajte, da pri frekvencah nad nekaj 100Hz izmenični del signala začne padati in zaostajati za napetostjo na vzorcu.
3. Napeljite signal na vhod A faznega detektorja. Po potrebi spremenite občutljivost tako, da ne bo gorel indikator za prekoračenje območja.
4. Izberite časovno konstanto izhodnega filtra blizu 1 s. Fazo reference najprej nastavite na 0. Izmerite realni del elektrooptičnega tekočega odziva pri nekaj

vrednostih napetosti iz signalnega generatorja in se prepričajte, da je odziv sorazmeren z modulacijo.

5. Pri konstantni napetosti iz signalnega generatorja spreminjajte frekvenco in pri vsaki frekvenci izmerite signal pri fazi  $0^\circ$  in pri fazi  $90^\circ$ . Narišite obe komponenti signala kot funkciji frekvence in s prilagajanjem izrazov 9 in 10 določite relaksacijski čas. Narišite še vse izmerjene vrednosti v ravnini, kjer na absciso nanašate signal pri fazi  $0^\circ$ , na ordinato pa signal pri  $90^\circ$ , in določite relaksacijsko frekvenco tudi iz tega diagrama.

## OSNOVE MIKROVALOVNE TEHNIKE

### NALOGA

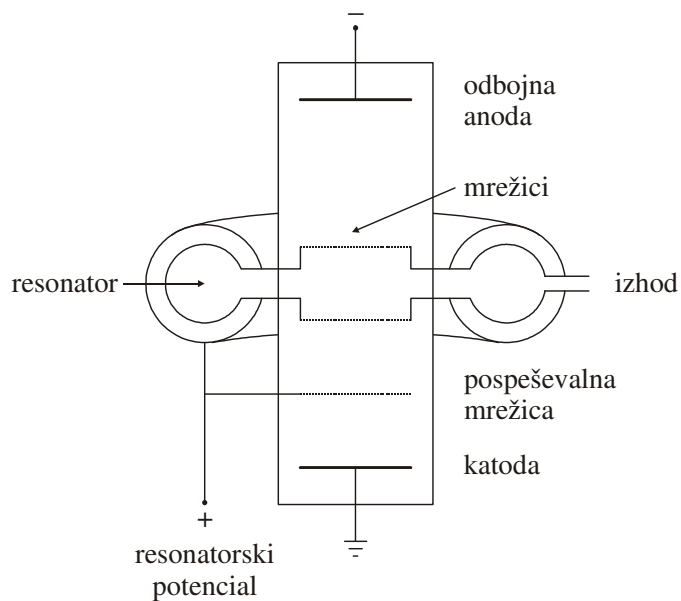
1. Prilagodite valovod na generator mikrovalov
2. Izmerite frekvenco valovanja z merilnikom frekvence
3. Posnemite rodove klitronovega delovanja v odvisnosti od odbojne napetosti s pisalnim instrumentom
4. Izmerite moči, ki jih porablja termistor v vrhovih najmočnejših rodov
5. S pisalnim instrumentom posnemite krivulji ubranosti za valovod, ki je zaključen z bremenom, in za kratko sklenjeni valovod

### UVOD

#### Izvor mikrovalov

Mikrovalovi so elektromagnetno valovanje z valovno dolžino nekaj cm in frekvenco nekaj GHz. Kot izvor mikrovalov služijo klitroni: to so elektronke, ki imajo za pospeševalno mrezico še dve mrežici, povezani s poloma resonančne votline. Lastno nihanje elektromagnetnega polja v resonančni votlini (ki je tudi priključena na pospeševalno napetost; slednja ob vklopu zaradi naključnih oscilacij napetosti vzbudi začetno nihanje v votlini) ustvarja med mrežicama izmenično napetost, ki enakomerni curek elektronov hitrostno modulira. Hitrost elektronov med mrežicama se namreč bodisi poveča, če kaže električno polje med mrežicama v nasprotni smeri curka, bodisi zmanjša, če kaže polje v smeri curka. Zaradi hitrostne modulacije nastanejo po preletu mrežic v elektronskem curku zgoščine in razredčine.

V refleksnem klitronu je za mrežicama resonančne votline odbojna elektroda, ki neenakomerni elektronski curek usmeri nazaj proti mrežicama in katodi. Če je odbojna napetost izbrana pravilno, se hitrostno modulirani curek vrne med mrežici s tako fazo, da električno polje gruč elektronov ojači lastno nihanje elektromagnetnega polja v resonančni votlini in klitron deluje kot oscilator. Pogoj za pozitivno povratno zvezo, s katero lastno nihanje v resonančni votlini vzdržuje samo sebe, je izpolnjen pri več diskretnih vrednostih napetosti: pravimo, da klitron deluje v različnih rodovih. Mikrovalovno elektromagnetno polje iz resonančne votline speljemo v valovod.

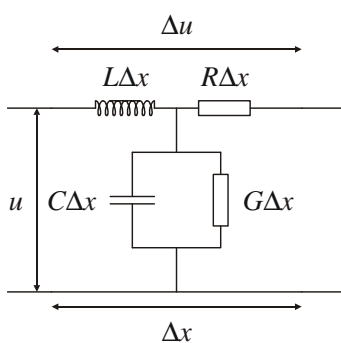


Slika 1: Refleksni klistron

### Širjenje mikrovalov

Mikrovalove lahko v splošnem le delno usmerjamo po prostoru. Za strogo usmerjeno prenašanje pa uporabljamo mikrovalovne vodnike v obliki dveh vzporednih žic, kable ali cevi – valovode. Pri frekvencah nihanj mikrovalov (GHz) so v takih vodnikih upornost, prevodnost, kapacitivnost in induktivnost zvezno porazdeljene (slika 2). Vrednosti teh količin, preračunane na enoto dolžine, označimo z  $R, G, L$  in  $C$ .

Padec napetosti na dolžinskem elementu  $\Delta x$  takega vodnika je vsota padca napetosti na ohmskem uporniku in padca napetosti na induktivnem uporniku (slika 2):



Slika 2: Shematska ponazoritev majhnega dela mikrovalovnega vodnika

$$\Delta u = Ri\Delta x + L\Delta x \frac{di}{dt} \quad (1)$$



oziroma

$$\frac{du}{dx} = Ri + L \frac{di}{dt}. \quad (2)$$

Podobno lahko napišemo za tok, ki teče po prevodniku  $G\Delta x$  in kondenzatorju  $C\Delta x$ :

$$\Delta i = Gu\Delta x + C\Delta x \frac{du}{dt} \quad (3)$$

oziroma

$$\frac{di}{dx} = Gu + C \frac{du}{dt}. \quad (4)$$

Če sta  $R$  in  $G$  zanemarljiva (vod brez izgub), dobimo odtod diferencialni enačbi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5)$$

in

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Če vodnik napajamo z izmenično sinusno napetostjo  $u = U \exp(j\omega t)$  oziroma s sinusnim tokom  $i = I \exp(j\omega t)$ , dobimo, da za amplitudo napetosti  $U$  in amplitudo toka  $I$  velja

$$\frac{\partial U}{\partial x} = (R + j\omega L)I = ZI \quad (7)$$

in

$$\frac{\partial I}{\partial x} = (G + j\omega C)U = YU, \quad (8)$$

kjer sta  $Z$  in  $Y$  impedanca in admitanca dolžinske enote mikrovalovnega voda. Upornost mikrovalovnega voda na dolžinsko enoto  $R$  imenujemo rezistanca, prevodnost  $G$  konduktanca, susceptibilnost  $\omega C$  susceptanca in reaktivnost  $\omega L$  reaktanca.

Z odvajanjem zadnjih dveh zvez dobimo valovni enačbi za  $U$  in  $I$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = ZYU = \gamma^2 U \quad (9)$$

in

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = ZYI = \gamma^2 I, \quad (10)$$

kjer je  $\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$  konstanta širjenja z realnim delom  $\alpha = R/2\omega L + G/2\omega C$  (atenuacijska konstanta) in imaginarnim delom  $\beta = \omega\sqrt{LC}$  (fazna konstanta).

Rešitvi diferencialnih enačb za amplitudo napetosti  $U$  in toka  $I$  sta

$$U(x) = A \exp(\gamma x) + B \exp(-\gamma x), \quad (11)$$

in

$$I(x) = \frac{1}{Z} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{A}{Z_0} \exp(\gamma x) - \frac{B}{Z_0} \exp(-\gamma x), \quad (12)$$

kjer je  $Z_0 = \sqrt{Z/Y}$  karakteristična impedanca voda. Trenutna napetost  $u$  in tok  $i$  sta

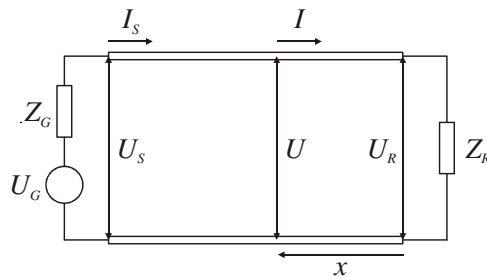
$$u(x, t) = A \exp(\gamma x + j\omega t) + B \exp(-\gamma x + j\omega t) = (U_i + U_r) \exp(j\omega t) \quad (13)$$

in

$$i(x, t) = \frac{A}{Z_0} \exp(\gamma x + j\omega t) - \frac{B}{Z_0} \exp(-\gamma x + j\omega t) = (I_i + I_r) \exp(j\omega t), \quad (14)$$

kjer sta  $U_i$  in  $U_r$  ter  $I_i$  in  $I_r$  amplitude vpadnega oziroma odbitega valovanja. V splošnem imamo v vodniku torej stojno valovanje. Zanimivo je, da je razmerje  $U/I$  za prihajajoče valovanje ali odbito valovanje enako karakteristični impedanci  $Z_0$  in je isto na vseh mestih voda. Pri vodih brez izgub ( $R = G = 0$ ) je karakteristična impedanca realna.

Konstanti  $A$  in  $B$  določimo iz napetosti in toka na porabniku, ki ga napaja mikrovalovni vod (slika 3).



Slika 3: Napetosti in tokovi v vodniku:  $U_G$  je amplituda notranje napetosti generatorja napetosti,  $Z_G$  je impedanca generatorja napetosti,  $I_S$  je amplituda tok iz generatorja napetosti,  $U_S$  je amplituda zunanje napetosti generatorja napetosti,  $I$  in  $U$  sta tok in napetost na mestu  $x$ ,  $Z_R$  je impedanca porabnika in  $U_R$  napetost na porabniku

Koordinatno izhodišče  $x = 0$  postavimo ob porabniku, kjer velja  $U = U_R$ ,  $I = I_R$  in  $Z_R = U_R/I_R$ , iz česar sledi

$$U_R = A + B, \quad (15)$$

$$I_R = \frac{A - B}{Z_0}, \quad (16)$$

$$A = \frac{U_R}{2} \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_R} \right), \quad (17)$$

$$B = \frac{U_R}{2} \left( 1 - \frac{Z_0}{Z_R} \right) \quad (18)$$

oziroma

$$U(x) = \frac{U_R}{2} \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_R} \right) \exp(\gamma x) + \frac{U_R}{2} \left( 1 - \frac{Z_0}{Z_R} \right) \exp(-\gamma x), \quad (19)$$

in

$$I(x) = \frac{I_R}{2} \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_R} \right) \exp(\gamma x) + \frac{I_R}{2} \left( 1 - \frac{Z_0}{Z_R} \right) \exp(-\gamma x) \quad (20)$$

ter impedanca  $Z$  na mestu  $x$ , kar nas pravzaprav zanima:

$$Z = \frac{U}{I} = Z_0 \left( \frac{Z_R + Z_0 \tanh \gamma x}{Z_0 + Z_R \tanh \gamma x} \right). \quad (21)$$

Če vodnik nima izgub ( $R = G = 0$ ) in je kratko sklenjen ( $Z_R = 0$ ) velja  $U = jI_R Z_0 \sin \beta x$  in  $I = I_R \cos \beta x$ . Če tak vodnik ni zaključen, se vlogi napetosti in toka zamenjata. Razdalja med maksimi amplitud je  $\lambda = 2\pi/\beta$ . Iz zadnje enačbe vidimo, da je impedanca mikrovalovnega voda na različnih mestih različna. Za izračun moramo poznati karakteristično impedanco  $Z_0$ , impedanco bremena  $Z_R$  ter konstanto širjenja  $\gamma$ .

Enačbo 21 lahko uporabimo tudi za določanje impedance bremena  $Z_R$  iz poznane vrednosti  $Z$ . Kot pogosto uporabljano metodo si oglejmo določanje  $Z_R$  iz izmerjene vrednosti minimalne impedance vodnika  $Z_{\min} = |U_{\min}/I_{\min}|$ , ki nastopi v oddaljenosti  $x_{\min}$  od porabnika. Poglejmo si, kako z meritvijo določimo  $Z_{\min}$  in  $x_{\min}$ . Najpreprosteje pridemo do rezultata, če vpeljemo refleksijski koeficient  $r_R$ , ki je definiran kot razmerje amplitud odbitega in vpadnega vala pri  $x_0$ , torej na bremenu:

$$r_R = \frac{U}{I} \Big|_{x=0} = \frac{B}{A} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_0 + Z_R}. \quad (22)$$

V splošnem je refleksijski koeficient kompleksno število. Če je vod na koncu zaključen tako, da je  $Z_R = Z_0$ , odboja ni in je  $r_R = 0$ . Če pa je vod kratko sklenjen, se vse valovanje odbije in je  $r_R = 1$ .

Ob okrajšavi  $U_R' = \frac{U_R}{2} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_R}\right)$  velja

$$U(x) = U_R' \exp(\gamma x) [1 + r_R \exp(-\gamma x)], \quad (23)$$

$$I(x) = \frac{U_R'}{Z_0} \exp(\gamma x) [1 - r_R \exp(-\gamma x)], \quad (24)$$

$$Z(x) = \frac{U}{I} = Z_0 \frac{1 + r_R \exp(-\gamma x)}{1 - r_R \exp(-\gamma x)}. \quad (25)$$

Nas bo odslej zanimal približek, ko smemo izgubo v vodu zanemariti, torej  $R = G = \alpha = 0$ , kar pomeni, da ima konstanta širjenja  $\gamma$  od 0 različno samo imaginarno komponento:  $\gamma = j\beta$ .

Značilna in lahko merljiva količina za stojno valovanje v vodniku je razmerje med minimalno in maksimalno amplitudo napetosti ali toka, ki ga imenujemo ubranost:

$$s = \frac{|U_{\min}|}{|U_{\max}|}. \quad (26)$$

Če refleksijski koeficient, ki je kompleksno število, zapišemo v obliki  $r_R = \exp(2t_0 + 2ju_0) = |r_R| \exp(2ju_0)$ , sledi iz enačb 23 in 24 za ubranost

$$s = \frac{1 - |r_R|}{1 + |r_R|} = \frac{|I_{\min}|}{|I_{\max}|}. \quad (27)$$

Posebni primeri: če je vod zaključen z naravnim bremenom in je  $Z_R = Z_0$ , ni refleksije ( $r_R = 0$ ) in je ubranost  $s = 1$ . Če pa je vod kratko sklenjen in je refleksija popolna ( $r_R = 1$ ), je ubranost  $s = 0$ .

Iz enačbe 25 sledi, da je

$$Z_{\max} = \frac{U_{\max}}{I_{\min}} = Z_0 \frac{1 + |r_R|}{1 - |r_R|} = \frac{Z_0}{s} \quad (28)$$

in

$$Z_{\min} = \frac{U_{\min}}{I_{\max}} = Z_0 \frac{1 - |r_R|}{1 + |r_R|} = Z_0 s. \quad (29)$$

Po drugi strani lahko  $Z_{\min}$  izrazimo z zvezo 21 in je

$$Z_{\min} = Z_0 \frac{Z_R + jZ_0 \tan \beta x_{\min}}{Z_0 + jZ_R \tan \beta x_{\min}} = Z_0 s. \quad (30)$$

$x_{\min}$  določimo z dvojno meritvijo: najprej izmerimo krivuljo ubranosti za vodnik, ki je zaključen z bremenom, nato pa še za vodnik, ki je kratko sklenjen. Ker je v slednjem primeru  $U_{\min} = 0$  pri  $x = 0$ , pri vodniku, ki je zaključen z bremenom pa je  $x_{\min} \neq 0$ , se opazovani minimum ubranosti premakne proti bremenu ravno za vrednost  $x_{\min}$ . Če je premik večja od  $\lambda/4$ , izgleda, kot da se je minimum premaknil proti generatorju.

Če  $Z_R$  izpišemo v komponentah,  $Z_R = \xi_R + j\eta_R$ , iz enačbe 30 sledi, da je

$$\xi_R + j(\eta_R + Z_0 \tan \beta x_{\min}) = (Z_0 - \eta_R + j\xi_R \tan \beta x_{\min})s. \quad (31)$$

Po izenačenju realne in imaginarne komponente dobimo reaktanco bremena, normirano na karakteristično upornost:

$$\frac{\eta_R}{Z_0} = \frac{(s^2 - 1) \tan \beta x_{\min}}{1 + s^2 \tan \beta x_{\min}}, \quad (32)$$

enako normirana rezistanca pa je

$$\frac{\xi_R}{Z_0} = \left(1 - \frac{\eta_R}{Z_0}\right)s. \quad (33)$$

Iz teh zvez izračunamo rezistanco  $\xi$  in reaktanco  $\eta$  neznanega bremena. Za grafično reševanje enačbe 30 uporabljajo tudi Smithov diagram, ki je opisan v dodatku A.

## FREKVENCA MIKROVALOV

Eden od načinov za določitev frekvence mikrovalov je, da izmerimo valovno dolžino valovanja, nato pa odtod določimo frekvenco. Pri širjenju valovanja v vakuumu (in približno tudi v zraku) je hitrost valovanja enaka hitrosti svetlobe:

$$v\lambda = c, \quad (34)$$

kjer je  $\lambda$  valovna dolžina valovanja s frekvenco  $\nu$ . Pri vstopu v valovod se valovna dolžina valovanja spremeni in je enaka

$$\lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}, \quad (35)$$

kjer je  $a$  daljša stranica preseka valovoda. Valovno dolžino valovanja v valovodu lahko izmerimo (več pri opisu merjenja slike valovanja v valovodu), iskano frekvenco pa dobimo iz izraza:

$$\nu = \frac{c\sqrt{\lambda^2 + 4a^2}}{2a\lambda'}. \quad (36)$$

Frekvenco mikrovalov lahko merimo tudi z resonatorjem, ki ga vgradimo v valovod. Resonator uglasimo na merjeno frekvenco npr. s premikanjem dna. Ko je resonator

uglašen, se tudi v njem pojavi valovanje, toda za to se porabi del moči valovanja v valovodu. Na merilniku moči se odklon instrumenta zmanjša za kakih 60 %. Če je vijak za premikanje dna resonatorja umerjen v frekvenčni skali, lahko tako neposredno določimo frekvenco valovanja v valovodu.

## MERJENJE MOČI MIKROVALOV

Moč valovanja v valovodu najpogosteje merimo s termoelektričnimi elementi, ki se zaradi obsevanja z mikrovalovi segrejejo valovanja, zato se jim spremeni upornost; takim elementom pravimo bolometri. Z bolometrom izmerimo moč  $P_m$ , ki jo ta absorbira na račun vpadne moči  $P$ .  $P_m$  in  $P$  povezuje enačba

$$P = \frac{P_m}{1 - |r_R|^2}, \quad (37)$$

kjer je  $r_R$  refleksijski koeficient

$$|r_R|^2 = \left( \frac{1-s}{1+s} \right)^2. \quad (38)$$

Bolometri so navadno dveh vrst:

1. **Bareterji** so sestavljeni iz tanke platinaste žičke. Zveza med sprejeto močjo in spremembo upornosti je linearna. Slabost bareterjev je, da so zelo občutljivi na preobremenitve. Občutljivost: 3–12  $\Omega$ /mW.
2. **Termistorji** so izdelani iz polprevodnikov (nikljevi ali magnezijevi oksidi), ki so zaradi boljše prevodnosti pomešani z bakrenim prahom. Zveza med absorbirano mikrovalovno močjo in spremembo upornosti ni popolnoma linearna, temperaturni koeficient je negativen. Niso občutljivi na preobremenitve, zato jih pogosto uporabljajo. Občutljivost: 50–100  $\Omega$ /mW.

Spremembo upornosti merimo z bolj ali manj izpopolnjenim Wheatstonovim mostičkom bodisi tako, da merimo spremembo toka skozi detektor, ki je potrebna, da se porušeno ravnotežje spet vzpostavi, bodisi tako, da pri porušenem ravnotežju merimo tok skozi galvanometer ali kak podoben merilnik, ki jo vgrajen v mostiček.

## DOLOČANJE IMPEDANCE BREMENA IZ MERITVE UBRANOSTI

Slika valovanja v valovodu merimo s posebnim vodom. To je valovod, ki ima po sredini ene izmed širših ploskev zarezo, skozi katero sega merilna sonda v notranjost. Na sondo je priključena mikrovalovna dioda, ki sprejete signale usmeri. Usmerjeni signal vodimo preko ojačevalnika na merilni instrument. Kadar je valovanje v valovodu stojno, se ob premikanju sonde vzdolž valovoda odklon instrumenta spreminja: merimo namreč hrbe in vozle stojnega valovanja.

Da je meritev kvantitativna, ima merilni vod skalo za določitev lege sonde. Merilna linija pa je opremljena tudi z enostavno električno napravo, s katero lahko posnamemo sliko valovanja s pisalnim instrumentom.

Z merilnim vodom bi želeli dobiti resnično sliko porazdelitve amplitude napetosti v valovodu. V resnici je slika popačena zaradi kvadratične karakteristike diode. Da določimo ubranost, moramo razmerje minimalnega in maksimalnega odčitka,  $h_{\min}$  in  $h_{\max}$ , koreniti

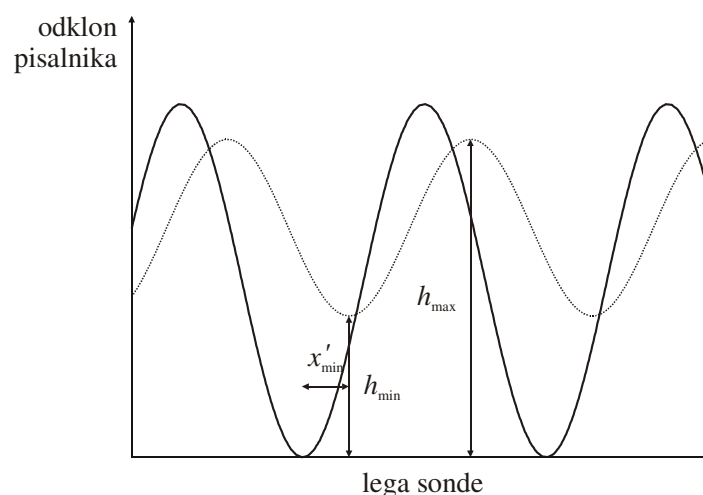
$$s = \frac{|U_{\min}|}{|U_{\max}|} = \sqrt{\frac{h_{\min}}{h_{\max}}}. \quad (39)$$

Za določitev  $x_{\min}$  in  $s$ , ki po enačbah 32 in 33 služita za izračun impedance bremena  $Z_R$ , z merilnim vodom najprej posnamemo sliko valovanja pri bremenu z neznano impedanco (slika 4). Nato breme odstranimo, valovod zaključimo s kratkostično steno ter ponovno posnamemo sliko valovanja. Iz obeh krivulj določimo ubranost  $s$ . Da je meritev čim natančnejša, odčitamo razdaljo med dvema minimoma na krivulji, ki opisuje kratko sklenjen valovod. Ta razdalja je enaka polovici valovne dolžine valovanja v valovodu.

Razlika med lego izbranega minima krivulje, ki opisuje valovod z bremenom, in ustreznega minima krivulje, ki opisuje kratko sklenjen valovod, je iskani  $x_{\min}'$ . Ker sta  $\lambda'$  in  $x_{\min}'$  merjena v istih enotah, velja

$$\frac{x_{\min}'}{\lambda'} = \frac{x_{\min}}{\lambda} = \frac{\beta x_{\min}}{2\pi}, \quad (40)$$

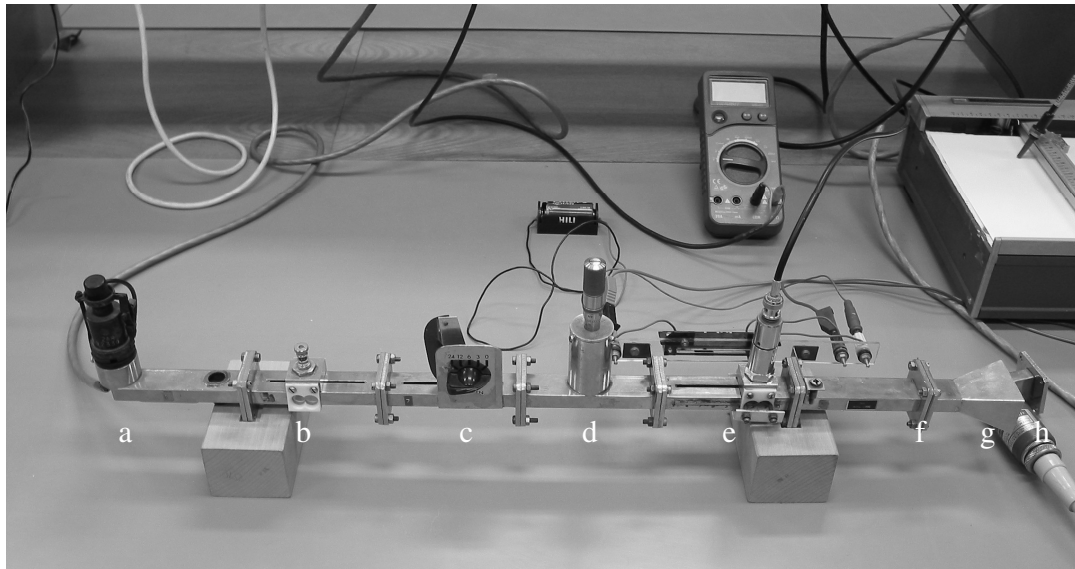
odkoder sledi, da je  $\beta x_{\min} = 2\pi \frac{x_{\min}'}{\lambda'}$ .



Slika 4: Krivulji ubranosti za valovod, zaključen z bremenom, in za kratko sklenjen valovod.

## POTEK MERITVE

V začetku vaje sestavljajo mikrovalovni elementi zaporedje, ki je shematsko prikazano na sliki 5.



Slika 5: Elementi mikrovalovnega sistema: a) izvor, b) ubiralka, c) dusilka, d) resonator, e) merilni vod, f) kratkostična stena, g) antena, h) bolometer. V ozadju je videti voltmeter, s katerim merimo odbojno napetost na klistronu, in pisalnik.

1. Prižgite napajalnik refleksnega klistrona. Ko se ta ogreva, povežite vhod Y pisalnega instrumenta (občutljivost:  $20 \text{ mV/cm}$ ) z izhodom iz merilne sonde. Če sedaj počasi spreminjate odbojno napetost klistrona, se bo pisalo instrumenta odklonilo v smeri osi Y, spet padlo v prvotno lego itd. Prepričajte se, da resonator ni v resonanci z valovanjem v valovodu.
2. Izberite si enega od najmočnejših rodov in naravnajte odbojno napetost tako, da bo odklon pisala za ta rod največji. S premikanjem vozička na ubiralci lahko ta odklon močno spremenite. Pomaknite voziček v lego, kjer je odklon pisala največji. Izmenično vrtite vijak na ubiralci in premikajte voziček, dokler ni odklon pisala kar največji. Sedaj lahko učvrstite vijak ubiralke z matico, še nekoliko popravite lego vozička in bolj natančno naravnate odbojno napetost; voziček naj ostane v tem položaju do konca vaje. S tem ste prilagodili valovod na klistron. (O vlogi ubiralke govori Dodatek.)
3. Vrtite mikrometrski vijak na resonatorju in obenem opazujte pisalo pisalnega instrumenta. Ko pride do resonance, se odklon pisala občutno zmanjša.
4. Vrtite gumb za nastavitev odbojne napetosti klistron iz ene skrajne lege v drugo in opazujte jakost mikrovalovnega valovanja v valovodu. Z univerzalnim instrumentom izmerite odbojne napetosti, kjer se pojavijo maksimumi jakosti valovanja (rodovi delovanja klistrona).

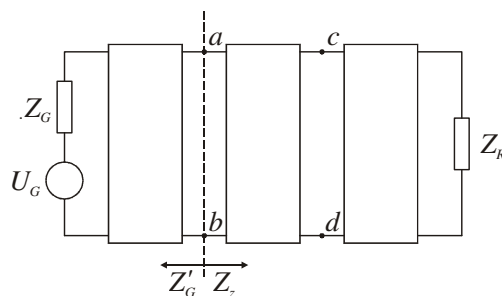


5. Izključite napajanje klistrona, odstranite naravno breme in pritrdite na valovod prehodnik. Na prehodnik privijte termistor in ga povežite z vhom merilnika mikrovalovne moči. Merilnik moči naravnajte na območje 10 mW in ga vključite. Ko se ogreje, ga naravnajte z gumboma za grobo in fino regulacijo, da bo kazalec instrumenta pokrtil ničlo. Vključite še klistron in izmerite moči  $P_m$  v vrhovih najmočnejših rodov.
6. Vhod X pisalnega instrumenta priključite sedaj na eno od skrajnih sponk merilne linije in na drsnik, pola baterije pa na obe skrajni sponki. Povečajte občutljivost vhoda X na 5 mV/cm. Počasi premikajte voziček merilne linije od desne proti levi. Pisalni instrument nariše pri tem krivuljo ubranosti. Izklopite merilnik moči in odstranite prehodnik s termistorjem. Valovod zaključite s kratkostično steno in še enkrat posnemite krivuljo ubranosti. Absciso narišete tako, da izključite napajanje klistrona in nato zapeljete voziček vzdolž merilne linije. Iz prve krivulje določite ubranost. Iz ubranosti in razdalje  $x_0$  izračunajte impedanco bremena, ki ga predstavlja prehodnik s termistorjem. Iz merjenih moči  $P_m$  in iz ubranosti  $s$  določite še prave moči  $P$  v vrhovih posameznih rodov ter opremite ordinato na sliki iz meritve 3 z merilom v milivatih.

#### DODATEK: IMPEDANČNO PRILAGAJANJE VALOVODA NA GENERATOR Z UBIRALKO

Maksimalni prenos moči od generatorja do bremena dobimo, če je impedanca bremena enaka konjugirano kompleksni vrednosti impedance generatorja. Takrat pravimo, da sta impedanci generatorja in bremena prilagojeni.

Theveninov teorem: če je generator povezan z bremenom preko enega ali več reaktančnih vezij (vod brez izgub) in je na enem paru priključkov izpolnjen pogoj o konjugirano impedančni prilagoditvi, je pogoj o taki prilagoditvi izpolnjen na vseh parih vezij in maksimalna moč bo prenešena od generatorja do bremena.



Slika 7: K izpeljavi Theveninovega teorema

Levo stran preseka a-b lahko nadomestimo z impedanco generatorja  $Z'_g$ , desno stran pa z vezju ekvivalentno impedanco  $Z_z$ . Napetost nadomestnega generatorja  $U'_g$  je napetost kroga, ki je odprt v preseku a-b.

Naj bo v preseku a-b izpolnjen pogoj o kompleksni impedančni prilagoditvi. Prenos moči skozi presek a-b je tedaj maksimalen tako v ekvivalentnem kot v originalnem krogu. Ker med potjo ni izgube moči ( $R=0$ ), se maksimalna moč prenese prav do bremena. To pomeni, da so kompleksno prilagojena vsa stičišča. Če ne bi bilo tako, ne bi dobili maksimalnega prenosa moči. Impedanco torej lahko prilagodimo v kateri koli točki voda med generatorjem in bremenom.

Če vod ni zaključen s karakteristično impedanco, lahko na njem najdemo mesto, kjer je realni del impedance voda enak karakteristični impedanci voda. Pri ubiralki najdemo to mesto s pomikanjem sonde vzdolž vodnika, vse dokler ne dosežemo največjega prenosa moči. Popolno kompenzacijo dosežemo tako, da sondo bolj ali manj potopimo v valovod. Tako namreč spreminjamo kapacitivnost voda. S tem prilagajamo susceptanco na vrednost reaktance in dosežemo zahtevano kompleksno impedančno prilagoditev generatorja na breme.

# Fazno občutljivi ojačevalnik

## Uvod

Fazno občutljivi ojačevalnik (FOO) je merilni instrumenti, ki se uporablja za merjenje majhnih izmeničnih napetosti in njihove faze. S sodobnim FOO lahko merimo signale katerih amplituda je le nekaj nV in to celo v prisotnosti šuma, katerega amplituda je 100x ali 1000x večja od samega signala. Seveda FOO ni čarobna naprava, s katero bi lahko merili poljubne izmenične signale v prisotnosti poljubnega šuma. Tako signal kot šum morata izpolnjevati določene zahteve. Kot bomo videli mora biti frekvenčni spekter signala dovolj ozek, da je nivo šuma v tem delu spektra manjši od signala. Ta pogoj je v praksi velikokrat izpolnjen in takrat postane FOO nepogrešljiv merilni instrument.

## Opis problema

Za začetek si na praktičnem primeru oglejmo, kje se pojavijo težave, kadar želimo meriti majhne izmenične signale. Vzemimo, da želimo izmeriti sinusni signal s frekvenco 10 kHz in amplitudo 10  $\mu\text{V}$ . Na prvi pogled je zadeva preprosta. Vzamemo ojačevalnik z ojačanjem 1000 in njegov izhod priklopimo na osciloskop. Na izhodu iz ojačevalnika bomo dobili sinusni signal z amplitudo 10 mV, kar z malo boljšim osciloskopom z lahkoto vidimo. V resnici se takšna meritev ne "posreči". Pozabili smo namreč upoštevati, da je v realni pogojih merjenja vedno prisoten šum. Tudi če je signal na začetku merilne verige (v našem primeru na vhodu ojačevalnika) mnogo večji od šuma je lahko na koncu merilne verige (zaslon osciloskopa) situacija ravno obratna. Poskusimo oceniti, kolikšna bi bila amplituda šuma na izhodu ojačevalnika v našem primeru. Zelo dober nizkošumni napetostni ojačevalnik ima okoli 1  $\mu\text{V}/\text{Hz}^{-1/2}$  vhodnega šuma. Privzemimo, da ima naš ojačevalnik pasovno širino okoli 20 kHz. Amplitudo šuma na izhodu ojačevalnika izračunamo kot produkt šuma na vhodu ojačevalnika, korena pasovne širine ojačevalnika in faktorja ojačanja:

$$U_N = 1 \frac{\mu\text{V}}{\sqrt{\text{Hz}}} \sqrt{20\text{kHz}} 1000 \approx 140\text{mV}$$

Izračunana amplituda šuma na izhodu je približno štirinajstkrat večja od velikosti signala. Očitno je, da bomo na osciloskopu videli le šum. Z analizo zgornjega primera lahko ugotovimo, kje se skriva možna rešitev problema. Zmanjšanje ojačanja nam ne pomaga, ker bi s tem zmanjšal tudi signal in bi razmerje signal šum (S/N) ostalo nespremenjeno. Lahko bi izbrali ojačevalnik z manj vhodnega šuma vendar tudi tukaj prej ali slej naletimo na spodnjo mejo, ki jo postavlja narava in pod katero ne moremo (npr. termični šum na uporu). Ostane nam le še zmanjšanje pasovne širine. pasovno širito naredimo in kakšnim pogojem morata zadočati signal in šum bomo videli v naslednjem poglavju.

## Princip delovanja FOO

Predstavljajmo si, da smo na majhni ladji, ki nima posebnih navigacijskih pripomočkov in želimo ponoči pristati v pristanišču velikega mesta. Najprej poskušamo poiskati svetilnik na pomolu. Običajno ga hitro opazimo saj njegova luč utripa. Če svetilnik na pomolu nebi utripal bi ga bilo zelo težko ločiti od ozadja mestnih luči in naloga bi postala precej težja. Pri meritvah se zelo pogosto srečujemo s podobno situacijo. Svetilnikovi luči ustrezajo signal, ki ga želimo meriti, ozadju mestnih luči pa šum, ki nam merjenje otežuje.

Iz zgoraj opisanega primera lahko sklepamo, da bomo signale bistveno lažje ločili od šuma, če so izmenični in če poznamo njihovo frekvenco. Pri meritvah, kjer je signala malo v primerjavi s šumom zato najprej poskrbimo, da je signal izmeničen. To lahko dosežemo na različne načine odvisno od konkretne eksperimentalne postavitve. Kot primer vzemimo meritev z Weatstonovim mostičkom. Če mostiček priklopimo na izmenično napetost z izbrano frekvenco bo tudi signal iz mostička nihal z isto frekvenco. Shema takšne meritve je narisana na Sliki?.

Naprava, ki je sposobna ločiti izmenični signal pri določeni frekvenci od šuma je FOO katerega shema je prikazana na Sliki?. FOO ima dva vhoda, prvega za signal drugega pa za referenčni signal ali referenco. Referenca je praviloma signal z veliko amplitudo in malo šuma, ki niha z isto frekvenco kot signal, ki ga želimo meriti. Naloga reference je da pove FOO pri kateri frekvenci se nahaja signal.

FOO na osnovi reference generira v vezju, ki se imenuje PLL (Phase Locked Loop), čisti sinusni signal s konstantno amplitudo. Frekvenca in faza tega signala se ujemata s frekvenco in fazo reference. Sinusni signal iz PLLja se vodi v en vhod množilnika, signal, ki ga želimo meriti, pa v drugi vhod množilnika. Spektralna analiza izhoda iz množilnika bi pokazala, da sta v izhodu prisotni dve komponenti: prva pri frekvenci 0 torej DC, druga pa pri dvojni frekvenci. Da je temu tako se lahko hitro prepričamo s kratkim računom. Uporabimo formulo za produkt dveh sinusov

$$\begin{aligned} A_{Sig} \sin(2\pi f_{Sig} t) A_{Ref} \sin(2\pi f_{Ref} t) &= \\ &= \frac{1}{2} A_{Sig} A_{Ref} (\cos(2\pi(f_{Sig} - f_{Ref})t) - \cos(2\pi(f_{Sig} + f_{Ref})t)) \end{aligned}$$

kjer so  $A_{Sig}$ ,  $A_{Ref}$ ,  $f_{Sig}$  in  $f_{Ref}$  amplitude in frekvence signala in reference. V primeru, da sta frekvenci signala in reference enaki  $f_{Sig} = f_{Ref} = f$  se enačba ?? poenostavi v

$$A_{Sig} \sin(2\pi f t) A_{Ref} \sin(2\pi f t) = \frac{1}{2} A_{Sig} A_{Ref} (1 - \cos(4\pi f t))$$

Ko signal iz množilnika vodimo skozi filter, ki prepusti nizke frekvence se komponenta pri dvojni frekvenci (drugi člen na desni strani enačbe ??) zaduši in ostane le še istosmerna komponenta. Če bi bila frekvenca signala različna od referenčne frekvence bi nizkopasovni filter zadušil obe komponenti. Izjema so le komponente, katerih frekvenca se od referenčne razlikuje za manj kot je prepustna širina filtra. Šum si lahko predstavljamo kot signal (sicer nezaželen), katerega spekter

vsebuje množico komponent z najrazličnejšimi frekvencami. Iz zgoraj povedanega sledi, da bo FOO odstranil večino šuma. Ostal bo le tisti del, katerega frekvenčne komponente so zelo blizu frekvence signala, katerega želimo meriti. Teoretično je učinek enak, kot če bi uporabili ozkopasovni prepustni filter. V praksi se izkaže, da klasičnega filtra, ki bi imel tako ozek prepustni pas in bi mu lahko za povrh še spreminjali centralno frekvenco ni mogoče narediti zato je FOO v takšnih primerih nepogrešljiv.

Kot vidimo je izbira referenčne frekvence za optimalno izvedbo meritve zelo pomembna. Vedno moramo paziti, da referenčno frekvenco izberemo tako, da leži v tistem predelu spektra, kjer je šuma najmanj. Klasična napaka, ki se pogosto pojavlja je, da si za delovno napetost izberemo 50Hz ali katerega izmed njenih mnogokratnikov. Šum je pri teh frekvencah vedno zelo velik in se ga z uporabo FOO ne moremo znebiti!

Do sedaj smo se ukvarjali samo z velikostjo signala nič pa še nismo povedali, kako vpliva njegova faza na rezultat meritve. Kot že samo ime naprave pove je FOO občutljiv tudi na fazo. Če je faza signala zamaknjena glede na referenco za 90 bo izhod iz FOO enak nič. V to se lahko hitro prepričamo z uporabo podobne trigonometrijske enakosti kot v enačbi ?? (to naj za vajo naredi študent sam doma). FOO v zgoraj opisani izvedbi meri le del signala, ki je v fazi z referenco. Komercialni FOO imajo zato vgrajeno še dodatno vezje, s katerim lahko nastavljamo fazo referenčnega signala. To nam omogoča, da lahko pomerimo tudi komponento signala, ki je iz faze in s tem v celoti rekonstruiramo prvotni signal. Takšni FOO so znani kot enokanalni. Obstajajo tudi dvokanalni FOO, ki generirajo dve referenci, ki sta medsebojno zamaknjeni za 90. Referenci vodijo vsako zase na dva ločena množilnika kjer se pomnožijo z vhodnim signalom. Na izhodih množilnikov tako hkrati dobimo obe komponenti vhodnega signala. Shema takšnega FOO je prikazana na sliki??

## Opis opreme

Za izvedbo vaje bomo potrebovali sledečo opremo:

- 1.) digitalni dvokanalni FOO SR830
- 2.) digitalni osciloskop Textronix
- 3.) izvor šuma in analogni seštevalnik (vse v eni škatli)
- 4.) funkcijski generator

Dvokanalni FOO SR830 je eden moderen FOO, ki za razliko od analognih FOO opravlja večino funkcij digitalno. V njem se generiranje reference, množenje signalov in filtriranje izvaja s pomočjo vgrajenega računalnika. Zaradi tega je SR830 bistveno natančnejši od analognih FOO in lahko meri signale v prisotnosti močnejšega šuma. V praktikumski vaji bomo preizkušali različne možnosti meritev, ki jih lahko izvajamo s tem instrumentom.

Digitalni osciloskop Textronix bomo uporabljali za opazovanje analognih signalov, ki jih bomo vodili na vhod FOO.

Izvor šuma in analogni seštevalnik bosta omogočala kontrolirano dodajanje in odvzemanje šuma signalu in s tem simulacijo različnih pogojev merjenja.

Funkcijski generator bomo uporabljali za generiranje sinusnega, žagastega in pravokotnega signala.

## Naloge

1. Opazuj signal na osciloskopu in FOO pri različnih amplitudah šuma. Izmeri velikost šuma pri različnih nastavitvah časovne konstante in strmine nizkopasovnega filtra
2. Izmeri časovni odziv FOO
3. Izmeri harmonsko strukturo različnih signalov

## Potek dela

Ad 1.) Sestavi eksperimentalno postavitev, kot je narisano na sliki ??

Nastavi amplitudo sinusnega signala iz FOO (referenca) na okoli 50 mV. Amplitudo šuma nastavi na najmanjšo vrednost. Opazuj signal na osciloskopu in FOO in povečuj amplitudo šuma. Oceni pri kateri jakosti šuma na moreš več ločiti signala od šuma na osciloskopu. Pri katerem razmerju signal šum postane odčitek na FOO nestabilen (se spreminja za več kot 10%). Izmeri, kako vpliva nastavitvev časovne konstante in strmina nizkopasovnega filtra na stabilnost odčitka na FOO.

Ad 2.) Na vhod FOO napelji čisti sinusni signal iz reference. Amplituda signala naj bo 10 mV. Časovno konstanto nastavi na 30 s. Počakaj, da postaneta amplituda, ki jo kaže FOO in amplituda sinusnega signala enaki. Nato amplitudo sinusnega signala naglo povečaj na okoli 50 mV. Beleži amplitudo signala, ki jo kaže FOO vsakih 10s.

Ad 3.) Na vhod FOO priklopi funkcijski generator. Izberi sinusni signal in nastavi amplitudo na okoli 200 mV. Hkrati napelji signal iz funkcijskega generatorja v referenčni vhod FOO. Izmeri amplitudo harmonikov od 1 do 10. Enako meritev ponovi še za žagast in pravokoten signal. Primerjaj relativne vrednosti izmerjenih amplitud harmonikov z izračunanimi.

## Definicije pojmov

### Razmerje signal šum

*Razmerje signal šum* (angl. *Signal to Noise ratio*; oznaka  $S/N$ ) je definirano z enačbo

$$\frac{S}{N} = 20 \text{ Log } \frac{U_{sig}}{U_N}$$

kjer je  $U_{sig}$  RMS napetost signala in  $U_N$  RMS napetost šuma. Enota za razmerje signal šum je decibel (dB). Pozitiven  $S/N$  pomeni, da je amplituda signala večja od amplitude šuma, negativen pa ravno obratno. Primer:  $S/N = -40\text{dB}$  pomeni, da je šum 100x močnejši od signala.

### Kvaliteta

*Kvaliteta* (angl. *Quality*; oznaka  $Q$ ) ozkopasovnega filtra ali nihajnega kroga je razmerje med frekvenčno širino na polovični višini frekvenčne karakteristike filtra (nihajnega kroga) in centralno frekvenco.

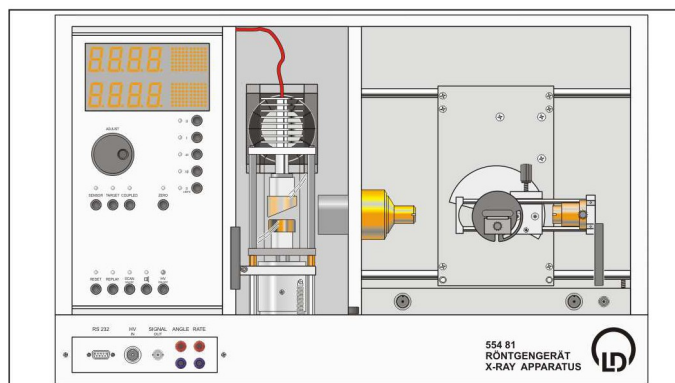
## Literatura

1. Stanford Research Systems, 1996-1997 Scientific and Engineering Instruments, str. 169 - 179 (katalog Stanford Research Systems priložen vaji. NE ODNAŠAJ!)
- 2.

# Fizikalni praktikum 3: Poskusi z žarki X

Rok Pestotnik

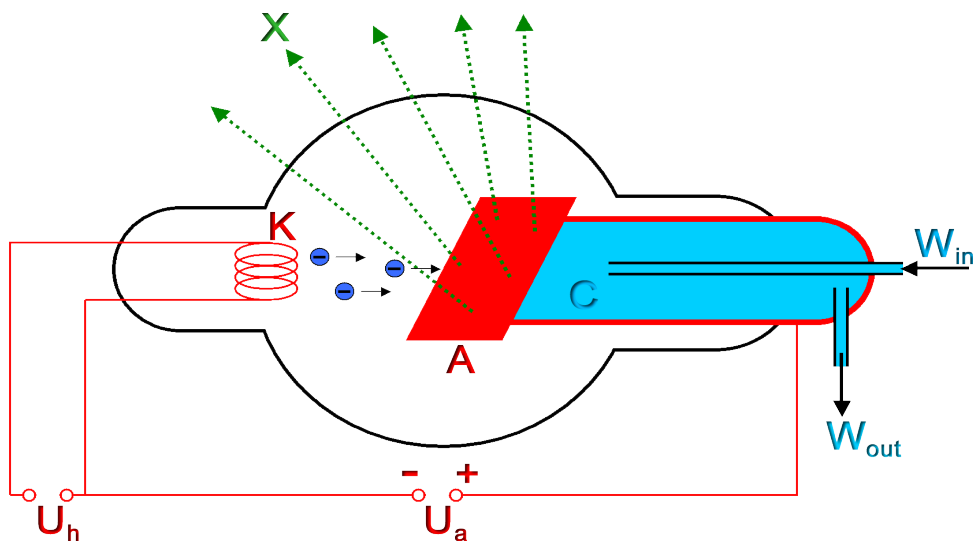
zadnja sprememba: 10.10.2007



## Naloga

1. Z ionizacijsko celico izmeri povprečno jakost doze v snopu žarkov X
2. Izmeri polariziranost primarnih žarkov X
3. Izmeri polariziranost sipanih žarkov X

## Izvor žarkov X



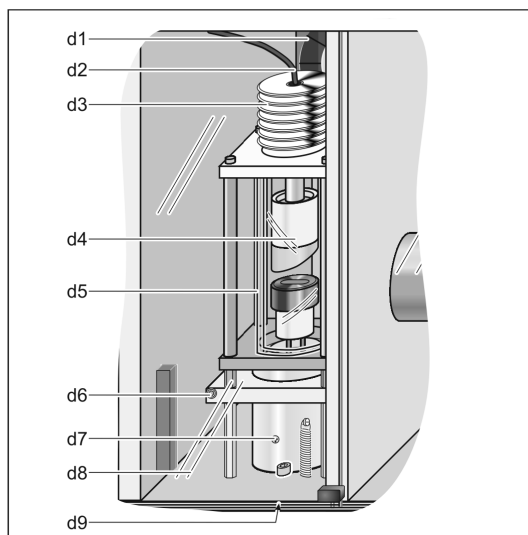
Elektrone, ki izhajajo iz katode, pospešimo z visoko napetostjo proti kovinski tarči. Pri trku zaradi zaviranja elektronov v polju jeder nastanejo X žarki - zavorno sevanje. Če imajo elektroni zadosti energije, pa lahko iz notranjih elektronskih lupin izbijejo elektrone. Elektroni iz višjih stanj zapolnijo vrzel, pri tem pa izsevajo karakteristične X žarke, ki imajo točno določeno energijo.



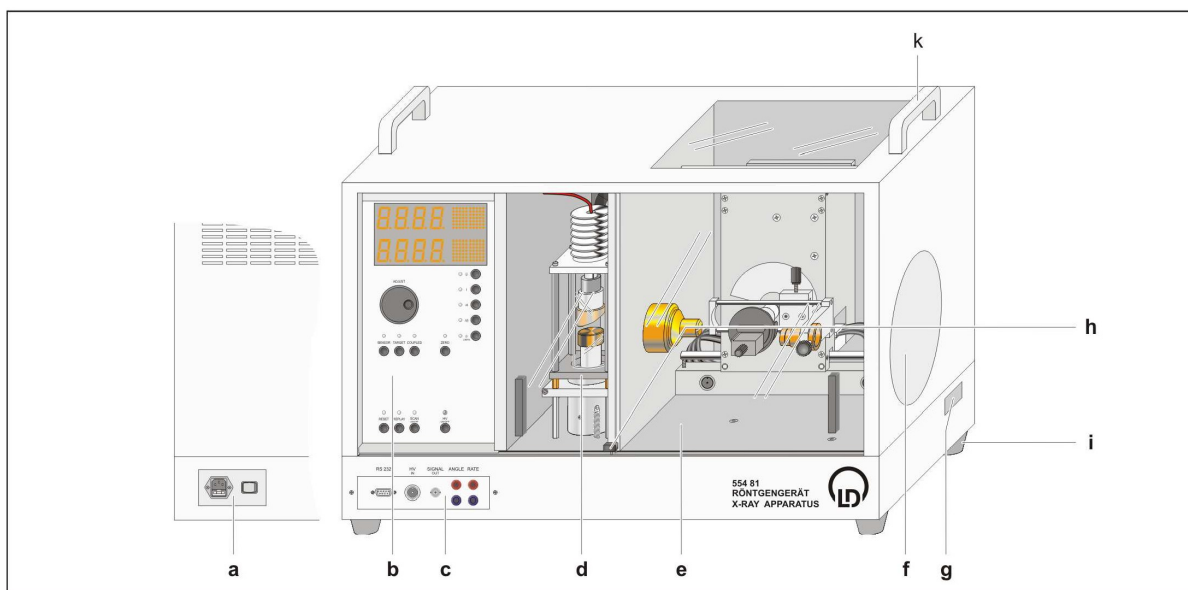
V našem primeru boste eksperimente opravljali s pomočjo rentgenske naprave Lehr und Didaktiksysteme 554811, ki vsebuje rentgensko cev z molibdenovo anodo in omogoča izpeljavo vrste različnih eksperimentov.

Rentgenska cev je zaprta v cevi iz svinčevega stekla, ki absorbira večino X žarkov, ki ne letijo proti kolimatorju. Na ta način lahko med delovanjem opazujete spremembo temperature katode, če spreminjate katodni tok.

Anoda je izdelana iz molibdena, na njej pa je maksimalna napetost 37kV, ki povzroči anodni tok 1.2 mA. Za hlajenje anode skrbi ventilator. Jakost doze v bližini anode znaša 10Sv/min, 10 cm od ohišja pa je manjša od 1  $\mu$ Sv/h.



- d1 Ventilator
- d2 Visoko napetostni kabel
- d3 Hladilnik
- d4 Rentgenska cev
- d5 Cev iz svinčevega stekla
- d6 Vijak
- d7 Podnožje
- d8 Drsna vratca iz svinčevega stekla

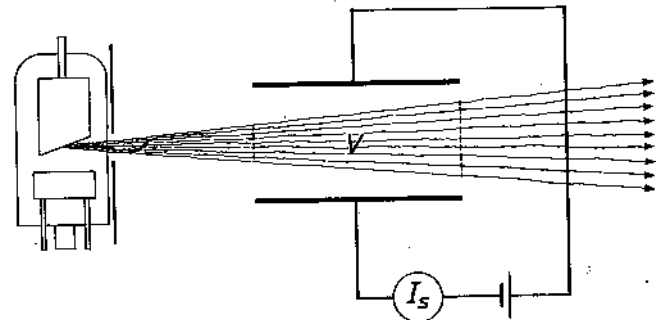


- |                    |   |                                  |            |
|--------------------|---|----------------------------------|------------|
| a napajanje        | d rentgenska cev                        | f fluorescenčni zaslon           | i podnožje |
| b kontrolna plošča | e eksperimentalni prostor z goniometrom | g kanal za dodatna napajanja     | k ročaj    |
| c Priključki       |   | h vratca z varnostnim mehanizmom |            |

Zaradi varnosti je mogoče aparaturo vključiti samo, kadar so drsna vrata eksperimentalnega prostora zaprta.

## ***Ionizacijska celica***

Najenostavnejša ionizacijska celica je kar ploščni kondenzator zvezan z izvorom visoke napetosti. Če v prostor med ploščama posvetimo z rentgenskimi žarki, ti na atomih zraka povzročijo (v glavnem) fotoefekt. Fotoelektroni zaradi svoje kinetične energije ionizirajo molekule.



Nastale ionske pare napetost na

kondenzatorju usmeri k ploščam in tako dobimo v tokokrogu tokovni sunek. Če je fotonov veliko (v našem primeru okrog  $10^9/s$ ), se sunki povprečijo v merljiv električni tok. V splošnem vsi ionski pari ne dosežejo elektrod. Nekaj se jih prej rekombinira, odvisno od električne poljske jakosti v kondenzatorju. Pri nizkih poljskih jakostih je rekombinacija znatna, pri višjih pa je praktično ni več. To lepo vidimo pri opazovanju toka v odvisnosti od napetosti na kondenzatorju pri konstanti jakosti sevanja žarkov X. Tok najprej z višanjem napetosti narašča, nato pa nastopi nasičenje. (Pri višjih napetostih tok spet naraste, vendar je to že posledica drugih efektov).

Pojem števila fotonov pri rentgenskih napravah le redko uporabljajo. Vzrok je v tem, da število ionskih parov, ki jih žarki X ustvarijo v ionizacijski celici, ni odvisno samo od njihovega števila, ampak tudi od njihove energije. Namesto jakosti izvora govorijo o hitrosti ekspozicijske doze (As/kg), ali absorbirane doze (Gr/h).

Namen te vaje je določiti ekspozicijsko dozo v snopu rentgenskih žarkov. Ekspozicijska doza ( $X$ ) je električni naboj ( $\Delta Q$ ) enega predznaka, ki ga v zraku volumna  $\Delta V$  z maso  $\Delta m$ , na enoto mase sprosti ionizirajoče sevanje

$$X = \Delta Q / \Delta m.$$

Enota za ekspozicijsko dozo je As/kg zraka. Hitrost ekspozicijske doze

$$dX/dt = \Delta I / \Delta m,$$

kjer  $\Delta I$  pomeni tok nabitih dolcev (enota A/kg zraka). Če upoštevamo zvezo  $m = \rho \Delta V$  velja:

$$dX/dt = \Delta I / \rho \Delta V.$$

Že omenjeni tok nasičenja v ionizacijski celici je torej merilo za hitrost ekspozicijske doze. Če znotraj celice gostota toka ni konstantna, dobimo iz meritve dozo, ki je povprečena preko obsevanega volumna celice.

## Polariziranost žarkov X

Žarki X nastanejo v rentgenski cevi zaradi interakcije pospešenih elektronov z jedri v anodi.. Gledano površno bi pričakovali, da se bo elektron v bližini jedra gibal po hiperboli. Ko bi se jedru približeval, bi se njegova hitrost večala, ko pa bi se oddaljeval, bi se spet manjšala. Ker pa pospeševani ali upočasnjevani naboj seva elektromagnetno energijo, se mu med gibanjem mimo jedra hitrost zmanjša. Količina izsevane energije je odvisna od sile med elektronom in jedrom in od tega, kako dolgo ta sila deluje - vse pa je odvisno od tega, kako daleč od jedra se elektron giblje. Frekvenca izsevanega elektromagnetnega valovanja  $\nu$  je določena s kinetično energijo  $\Delta E_{kin}$ , ki jo izgubi elektron:

$$\Delta E_{kin} = h\nu,$$

kjer je  $h$  Planckova konstanta. Maksimalno frekvenco dobimo takrat, ko se vsa elektronova kinetična energija spremeni v elektromagnetno

$$h\nu_{max} = E_{kin}$$

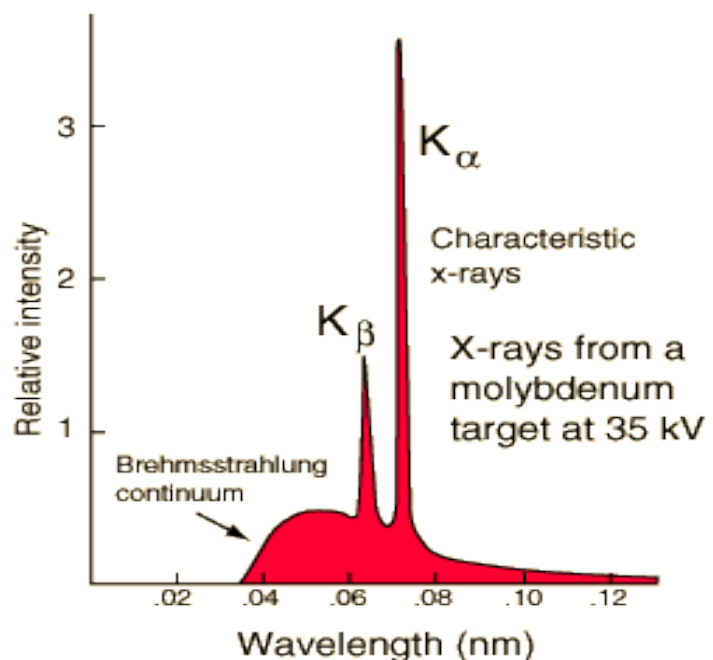
Priročna je formula za izračun ustrezne valovne dolžine

$$\lambda_{min}(nm) = \frac{1240}{U(V)}$$

kjer je  $U$  anodna napetost. Velja si zapomniti, da je pri napetosti 12,4 kV minimalna valovna dolžina 0,1 nm.

Celotni spekter žarkov X, ki bi jih dobili iz rentgenske cevi, v kateri bi elektrone pospeševali z istosmerno napetostjo 35 kV na anodo iz molibdena kaže slika.

Poleg zveznega dela spektra opazimo na sliki tudi diskretne črte. Pospešeni elektroni namreč iz atomov v tarči izbijajo elektrone. Ko sosednji elektroni skačejo na prazna mesta, sevajo karakteristične žarke X, ki se v spektru pojavijo kot diskretne črte. Ker je vezalna energija elektronov v lupini K



za volfram  $E_K = -69,5\text{keV}$ , v lupini L pa  $E_{L1} = -12,1\text{keV}$ ,  $E_{L2} = -11,5\text{keV}$  in  $E_{L3} = -10,2\text{keV}$ , lahko v našem primeru, ko imamo elektrone pospešene na 35 keV, ti izbijejo iz atoma le elektrone v lupini L in črte v spektru na sliki ustrezajo prehodom manj vezanih elektronov v to lupino.

Oglejmo si še poenostavljeno sliko nastanka zavornega sevanja. Pomagali si bomo kar s klasičnim modelom nihajočega naboja, čeprav bi morali uporabiti metode kvantne mehanike.

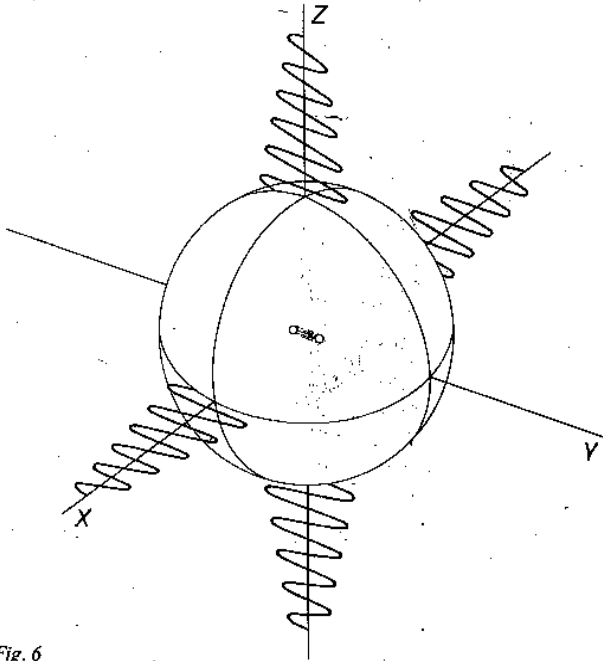


Fig. 6

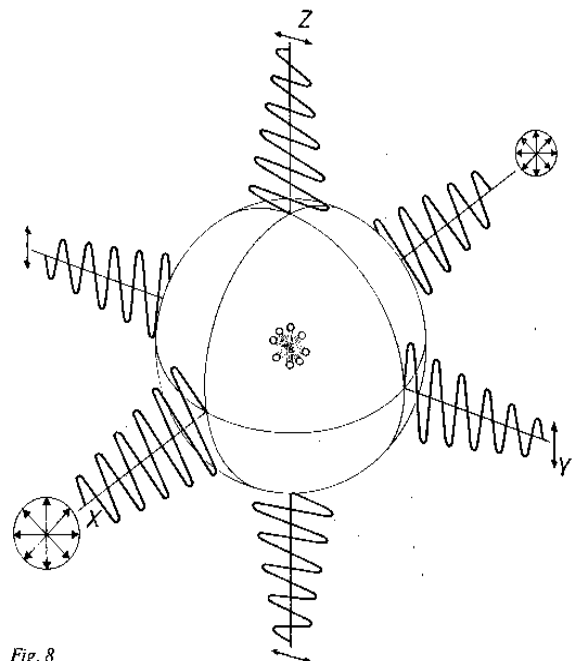


Fig. 8

Naj naboje niha v smeri osi Y:  $Y = A\sin\Omega t$  s pospeškom  $a_y = -A\omega^2\sin\omega t$ . Pospeševanju naboja sledi sevanje elektromagnetnega valovanja, ki ga opišemo z vektorjem jakosti električnega polja  $\vec{E}$  (ki ima smer nihajočega naboja in je pravokoten na smer razširjanja valovanja) in vektorjem magnetne poljske gostote  $\vec{B}$  (ki je pravokoten na  $\vec{E}$  in na smer razširjanja). Ker naboje niha v smeri osi Y, ima vektor  $\vec{E}$  vedno isto smer. Pravimo, da je valovanje linearno polarizirano (v smeri osi Y). Energijski tok valovanja, ki ga seva tak nihajoč naboje, je v različnih smereh prostora različen. Največji je v ekvatorialni ravnini, v smeri nihanja naboja pa je enak 0.

Imejmo več istočasno nihajočih nabojev, katerih smeri nihanja so enakomerno porazdeljene v ravnini Y-Z. V tem primeru dobimo v smeri X nepolarizirano valovanje, v smereh Y in Z pa je valovanje še vedno linearno polarizirano (slika Fig.8). Če smeri nihanja nabojev v ravnini Y-Z niso enakomerno porazdeljene, dobimo v smeri X delno polarizirano svetlobo.

Če bi se elektroni v anodi zavirali samo v smeri svojega prvotnega gibanja (naj bo to smer Y), bi dobili linearno polarizirane žarke X, ki se širijo v ravnini X-Z. V resnici se veliko elektronov odkloni od prvotne smeri gibanja že prej, predno se zavorno sipljejo, zaradi česar so žarki X v ravnini X-Z le delno polarizirani.

## ***Koherentno sipanje žarkov X***

Pri interakciji žarkov X z elektroni se energija (frekvenca) fotonov ne spremeni, če so elektroni vezani (elastično sipanje, koherentno sipanje) in zmanjša, če so elektroni prosti oz. slabo vezani (neelastično sipanje - Comptonov efekt).

Nas zanima predvsem elastično sipanje, ker z njim določamo polarizacijo žarkov X. Ponazorimo si ga lahko s klasično teorijo sevanja, po kateri vektor električne poljske jakosti vpadnega valovanja s frekvenco  $\nu$  vzbudi elektron k nihanju, pri tem pridobljeno energijo pa elektron vrne z izsevanjem valovanja iste frekvence. To valovanje se širi v prostor tako, kot je to značilno za nihajoč naboj. Na ta način se jakost vpadnega snopa zmanjša. Pri elastičnem sipanju vzbujeni elektroni nihajo tako kot vektor  $\vec{E}$  vpadnega valovanja, tj. v ravnini, ki je pravokotna na smer razširjanja. Če valovanje ni polarizirano, so vse smeri nihanja v tej ravnini enakomerno zastopane, če je delno polarizirano, so nekatere smeri privilegirane, če pa je linearno polarizirano, vsi elektroni nihajo v isto smer.

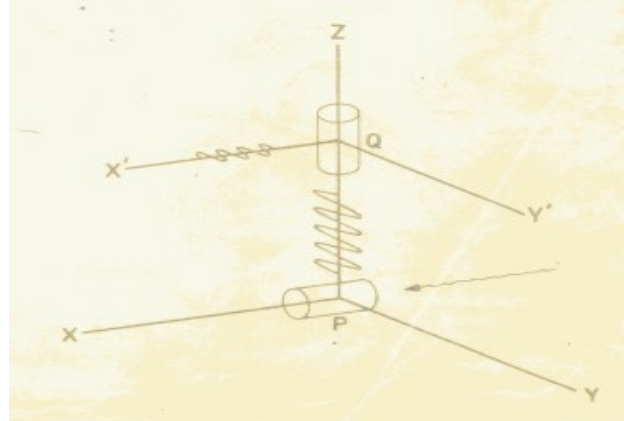
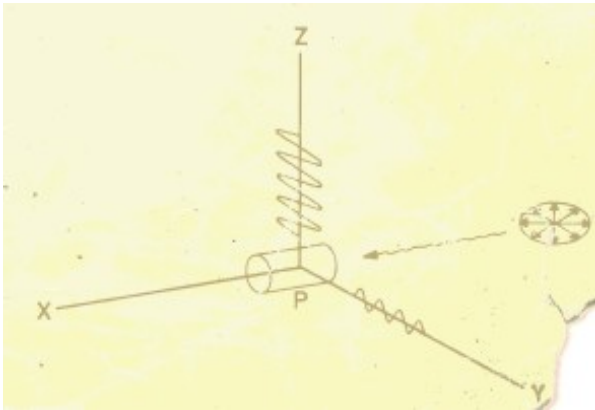
Po prejšnji obravnavi polarizacije valovanja, ki izhaja iz nihajočega naboja, takoj sledi, da je elastično sipano valovanje, ki se širi v ravnini pravokotno na smer prvotnega žarka, linearno polarizirano.

Gostota energijskega toka, ki ga seva nihajoči naboj se spreminja kot  $\sin^2 \vartheta$ , kjer je  $\vartheta$  kot med smerjo nihanja dipola in smerjo valovanja. Močno sevanje torej dobimo v ravnini, ki je pravokotna na smer nihanja naboja, v sami smeri nihanja pa sevanja ni.

Iz gornjega sledi, da je kotna porazdelitev elastično sipanega valovanja odvisna od polariziranosti vpadnega valovanja. Če je npr. dano valovanje, ki se giblje v smeri osi Y, polarizirano v smeri osi Z, v tej smeri ni sipanega valovanja. Pri delno polariziranem vpadnem valovanju je jakost sipanega valovanja v smeri osi Z manjša kot v smeri osi X. Le pri elastičnem sipanju nepolariziranega valovanja je jakost v smeri osi X ista kot v smeri osi Z.

Z merjenjem jakosti elastično sipanega valovanja lahko določimo polariziranost rentgenske svetlobe. V snop, ki ima npr. smer osi Y postavimo sipalec, nato pa v ravnini X-Z z nekim števcem za ionizirajoče sevanje (npr. Geiger-Mullerjevim) izmerimo kotno porazdelitev sipanega valovanja. Dobljena porazdelitev je krog, če valovanje ni polarizirano in elipsa, če je polarizacija delna. V praksi navadno ne merimo celotne porazdelitve, ampak le vrednosti  $I_x$  in  $I_y$ , polariziranost pa definiramo z izrazom

$$\eta = \frac{I_z - I_x}{I_z + I_x}$$



Meritev polariziranosti: primarnih žarkov X (levo) in sipanih žarkov X (desno)

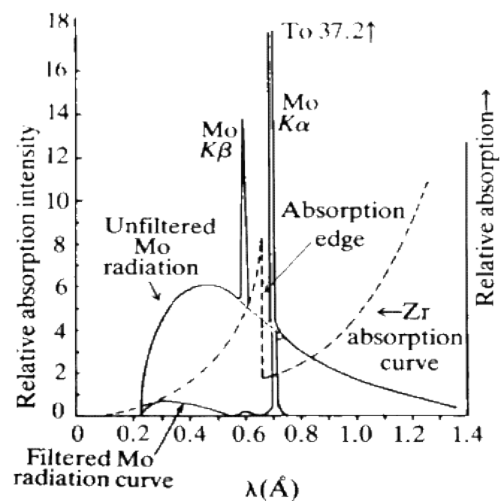
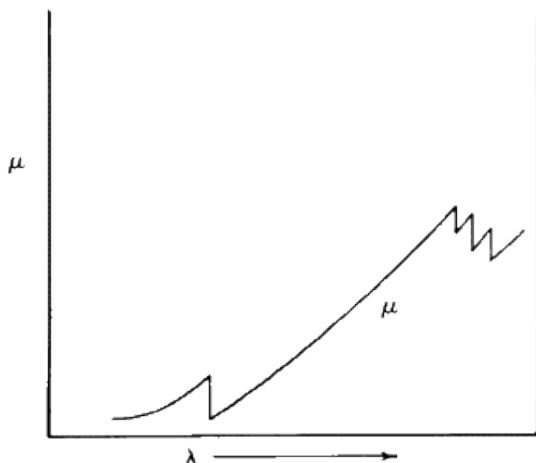
Polariziranost  $\eta = 0$ , če je  $I_x = I_z$  in  $\eta \neq 0$ , če je  $I_x \neq I_z$ .

### Presevno slikanje predmetov

Očitno je, da se X žarki absorbirajo v snovi, kar lahko opišemo z enostavno enačbo. Intenziteta  $I$  z globino  $d$  eksponentno pojema:

$$I = I_0 \exp(-\mu d),$$

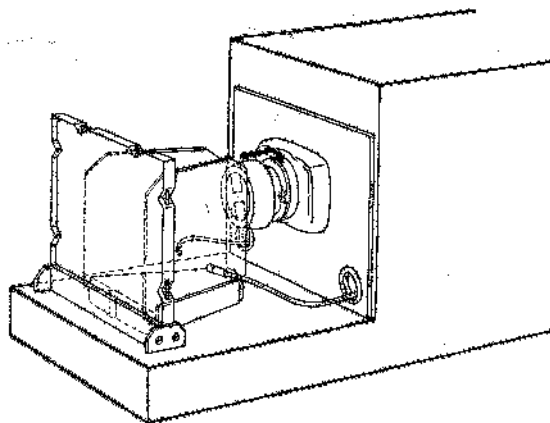
kjer je  $\mu$  linearni absorpcijski koeficient in  $d$  dolžina poti X žarka v sredstvu. Vrednost absorpcijskega koeficienta narašča z atomskim številom elementa absorberja. Če narišemo  $\mu$  kot funkcijo valovne dolžine X žarkov za katerikoli element, opazimo, da so gladki deli naraščanja absorbcije prekinjeni z ostrimi padci - absorpcijski robovi, ki ustrezajo prehodom med elektronskimi stanji. Zanimiv efekt dobimo, če X žarke, ki jih dobimo iz molibdenove anode, pošljemo skozi cirkonijev filter, ki ima absorpcijski rob med  $K\alpha$  in  $K\beta$  črtama molibdena, torej bo  $K\beta$  črta dosti bolj absorbirana kot  $K\alpha$  (glejs sliko).



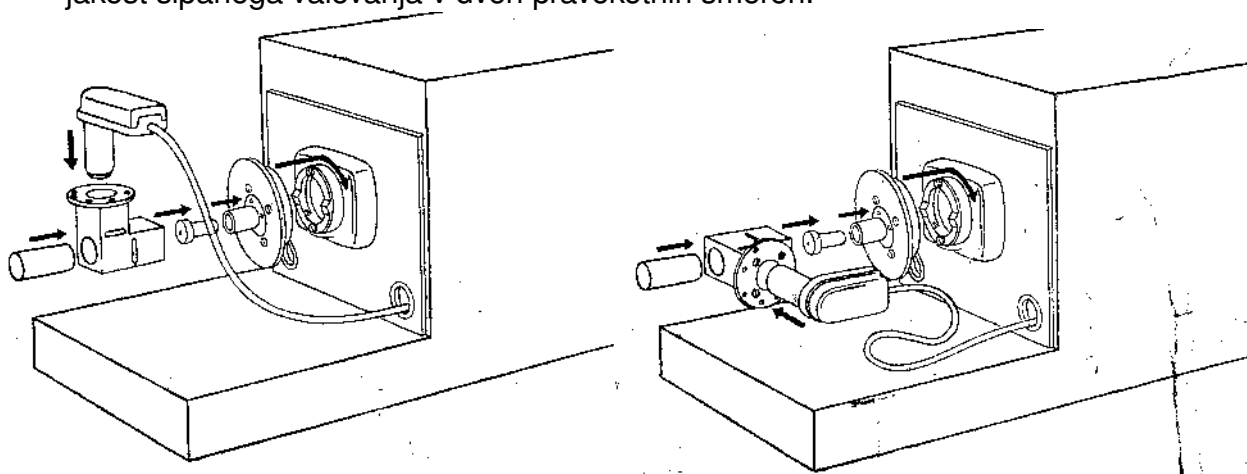
Pri večini preiskav z X žarki potrebujejo žarke z eno energijo. Z uporabo filtra lahko tako relativno enostavno in najceneje dobimo monokromatske X žarke.

### **Navodila za delo**

1. S pomočjo priloženih navodil se seznanj z delovanjem rentgenske aparature
2. Na fosforescenčnem zaslonu si oglej slike različnih predmetov (tiskano vezje, biološki vzorci, denarnica). Z digitalnim fotoaparatom posnemi slike. Slike si oglej enkrat z, drugič pa brez cirkonijevega filtra.
3. Ionizacijsko celico sestavi po sliki, ki je vaji priložena. Za nekaj vrednosti napetosti na rentgenski cevi izmeri odvisnost toka od napetosti na ionizacijski celici. V poročilu odvisnosti prikaži na grafu. Nariši tudi hitrost ekspozicijske doze v odvisnosti od anodne napetosti na rentgenski cevi.

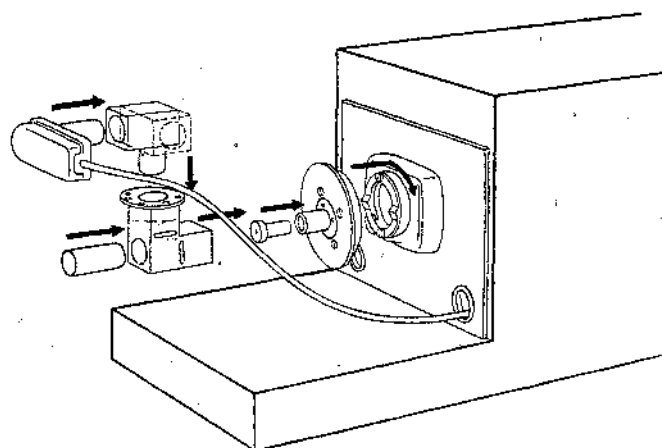


4. Meritev polariziranosti: Sipalec iz plastične mase izpostaviš kolimiranemu snopu žarkov X in v ravnini pravokotno na smer vpadnega valovanja izmeriš z GM števcem jakost sipanega valovanja v dveh pravokotnih smereh.



5. Namen meritve polariziranosti elastično sipanega valovanja je preveriti prejšnjo trditev, da je elastično sipano valovanje v ravnini pravotni na smer vpadnega

valovanja linearno polarizirano. Rabiš torej dva sipalca. Prvega vstaviš v vpadni snop, na drugega pa naj pada elastično sipano valovanje, katerega polariziranost nato izmeriš tako, kot si to napravil za primarni snop pri prejšnji nalogi. Ker pri tej nalogi niti primarno niti sekundarno valovanje nista dobro kolimirana, dobljeni rezultat ni



zanesljiv.  
Namesto  
dobimo  
 $\eta = 50\%$ .



## Fizikalni praktikum 3

### Spektrometrija žarkov $\gamma$ s scintilacijskim spektrometrom

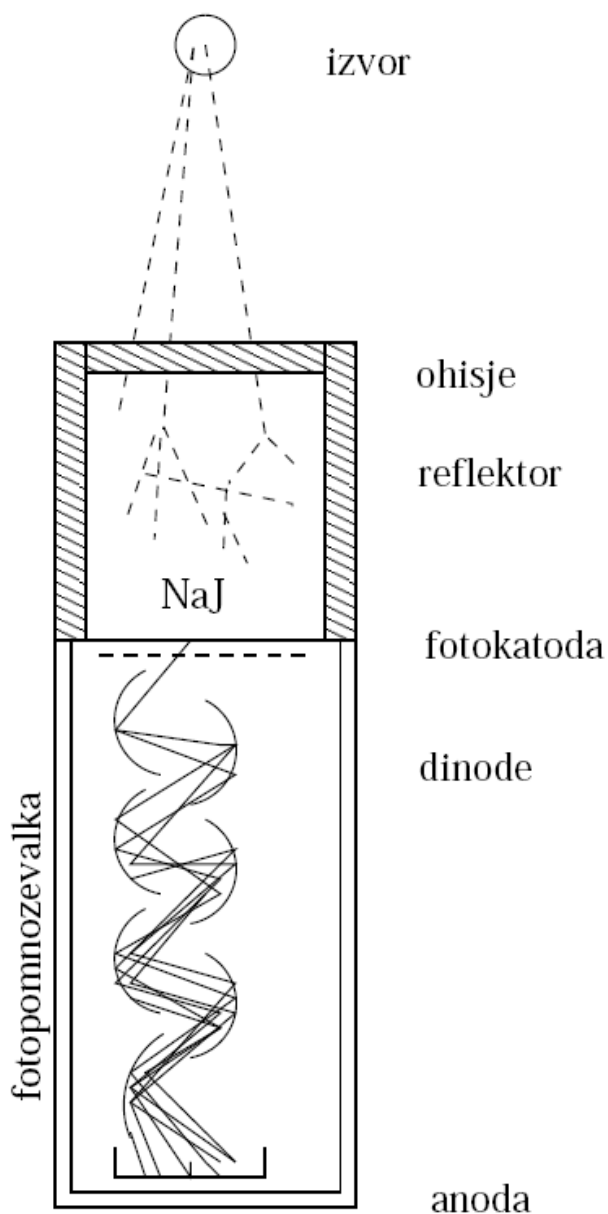
Zadnja sprememba:  
Rok Pestotnik  
11.10.2008

#### Delovanje spektrometra

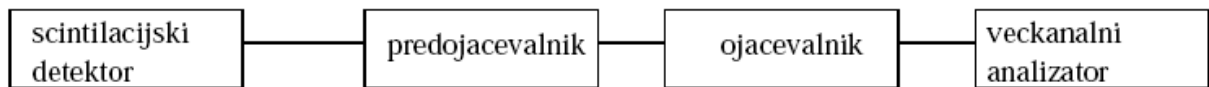
Energije žarkov ne merimo neposredno, ampak le posredno tako, da izmerimo energijo fotonov, ki jo le ti prejmejo od žarkov  $\gamma$  pri fotoefektu ali Comptonovem sipanju, ali pa energijo parov pozitron-elektron iz procesa tvorbe parov.

Pri scintilacijskem detektorju uporabljamo v ta namen (zaradi visokega vrstnega števila) monokristale NaJ z dodatkom okrog 1% talija kot nečistoče.

Pri potovanju hitrih nabitih delcev skozi kristal ostane za njimi razdejanje v obliki sledi elektron-vrzel. Ta sled je za elektrone z energijo 1MeV v NaJ dolga približno 1,5mm. Ponovno združevanje med elektroni in vrzelmi poteka energijsko ugodneje v bližini atoma nečistoče. Tu vrzeli vzamejo elektron atomom nečistoče in jih ionizirajo. Elektroni se nato rekombinirajo s temi ioniziranimi atomi nečistoč. Odvečno energijo oddajo bodisi sosednjim atomom v kristalni mreži in tako povečajo termično gibanje ali pa z izsevanjem fotonov vidne svetlobe. Scintilator NaJ(Tl) seva fotone v času približno  $10^{-6}$  s po tem, ko so nastali pari elektron-vrzel. Ta čas je v glavnem določen s časom, ki ga porabijo vrzeli, da pridejo do atomov nečistoč. Število scintilacijskih fotonov je odvisno od vrste scintilatorja, je pa tem večje, čim večje je število parov elektron vrzel v sledi hitrega elektrona, oziroma čim višja je bila njegova kinetična energija. To število določamo s pomočjo fotopomnoževalke, naprave, ki je v bistvu fotocelica, le da električni signal še sama ojači. Višina signala iz fotopomnoževalke je sorazmerna številu fotonov, torej tudi energiji, ki jo hitri nabiti delec izgubi v scintilatorju.



Slika 1: Scintilacijski spektrometer za žarke gama



Slika 2: Shema vezave gradnikov poskusa

Energija nastalih fotonov je le nekaj odstotkov kinetične energije nabitega delca. Če je njihova povprečna energija okrog 3 eV, nastane pri upočasnitvi elektrona energije na primer 0,3 MeV okrog  $10^3$  fotonov. Večino te svetlobe z odbojno plastjo - reflektorjem (običajno je to MgO), ki obdaja scintilator, usmerimo na fotokatodo fotopomnoževalke (slika 1). Iz fotokatode približno vsak deseti foton izbije fotoelektron. V signalu, ki ustreza kinetični energiji elektrona 0.3 MeV dobimo torej okrog 300 fotoelektronov. To število fotopomnoževalka okrog  $10^6$  krat ojača in tako dobimo na izhodu okrog  $10^8$  elektronov, kar ustreza približno  $10^{-11}$  As. Ker se vse to zgodi v času  $10^{-6}$  s, dobimo tokovni sunek višine okrog 10  $\mu$ A. Signal ojačimo s predojačevalnikom in ojačevalnikom ter mu izmerimo napetostno višino z amplitudnim analizatorjem. Višina sunka je enolično merilo za energijo elektrona v scintilatorju.

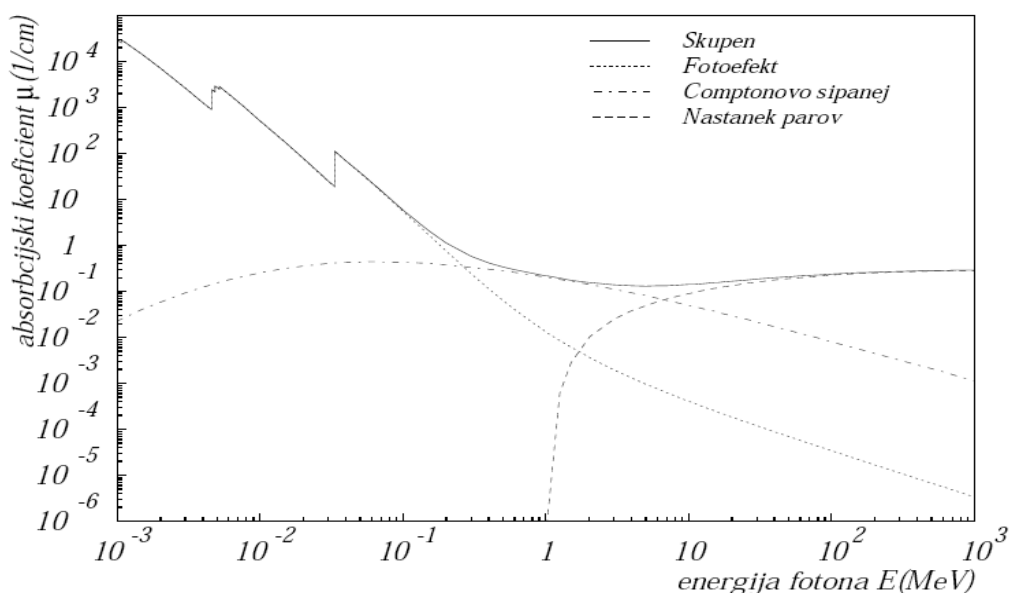
## Izvor signala

### Umeritvena krivulja

Višina sunka na izhodu iz ojačevalnika ( $U$ ) v odvisnosti od kinetične energije ( $W_e$ ) elektrona ( $U = \text{konstanta} \times W_e$ ) je odvisna od vrste in kvalitete scintilatorja, vrste fotopomnoževalke, napetosti na njenih dinodah, ojačenja predojačevalnika in ojačevalnika. Umeritveno krivuljo moramo vsakokrat, ko spektrometer uporabljamo, znova umeriti, izbranih delovnih pogojev pa med meritvijo ne smemo spreminjati.

### Nastanek fotonov

Relativni delež fotoefekta, Comptonovega sipanja in tvorbe parov v scintilatorju je odvisen od vrste scintilatorja in od energije žarkov  $\gamma$  (slika 3). Za scintilator NaJ pri energijah  $E_\gamma <$



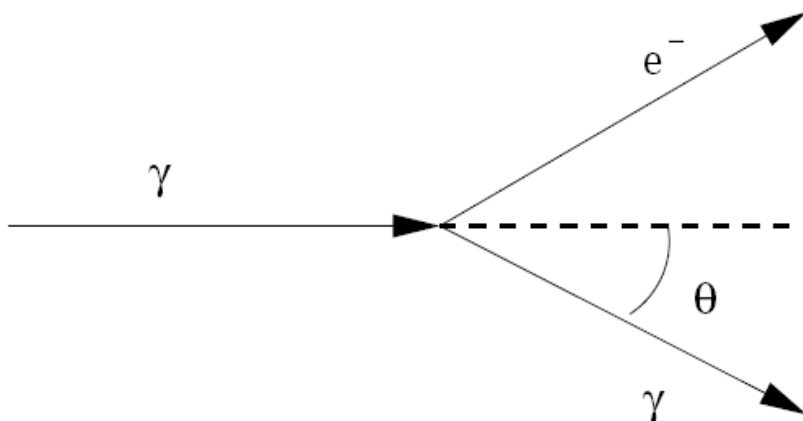
Slika 3: Absorpcijski koeficient  $\mu$  za žarke  $\gamma$  različnih energij v NaJ.

100 keV prevladuje fotoefekt, pri  $E_\gamma \sim \text{MeV}$  prevladuje Comptonovo sipanje. Tvorba parov je mogoča pri  $E_\gamma > 1,02 \text{ MeV}$  in prevlada pri energijah  $E_\gamma > 10 \text{ MeV}$ .

## Fotoefekt

Pri fotoefektu žarek gama izbije elektron iz enega od vezanih stanj. Najverjetneje je to elektron iz lupine K. Njegova energija je  $E_\gamma - E_K$ , kjer je  $E_K$  vezavna energija elektrona. Ker se absorpcijski koeficient, ki je posledica fotoefekta, spreminja približno kot  $Z^5 E_\gamma^{-7/2}$ , kjer je  $Z$  vrstno število atoma, prevladuje v NaJ fotoefekt v glavnem na atomih J, za katere je  $E_K = 33,2 \text{ keV}$ . Atom, ki je po emisiji elektrona K v vzbujenem stanju, se vrne v osnovno stanje tako, da zapolni vrzel z elektronom iz višjih manj vezanih stanj (običajno stanja L) in pri tem izseva karakterističen žarek X. Tudi ta lahko v scintilatorju doživi fotoefekt na manj vezanih elektronih in tako dobimo namesto prvotnega žarka  $\gamma$  dva elektrona, katerih skupna energija je približno (v mejah keV) enaka  $E_\gamma$  (zakaj?). Elektrona se v scintilatorju upočasnita in mu oddasta svojo kinetično energijo. V porazdelitvi sunkov iz spektrometra dobimo tako vrh (fotovrh), katerega lega je enolično merilo za energijo žarkov  $\gamma$ . Ker nekateri karakteristični žarki uidejo iz scintilatorja, dobimo poleg vrha  $E \sim E_\gamma$  tudi vrh pri  $E = E_\gamma - E_K$ . Ker pa je ločljivost scintilacijskega spektrometra za elektrone z energijo približno  $0,5 \text{ MeV}$  nekaj pod  $10\%$ , se oba vrha zlijeta v enega. Dva vrha dobimo pri meritvi spektra žarkov  $\gamma$  energije okrog  $60 \text{ keV}$ . Vrh pri nižji energiji imenujemo vrh pobega fotona (photon escape peak).

## Comptonovo sipanje



Slika 4: Comptonovo sipanje

Comptonovo sipanje je neelastično sipanje fotona na (skoraj) prostem (nevezanem) elektronu. Ohranita se energija in gibalna količina. Potek sipanja je prikazan na sliki 4. žarek  $\gamma$  spremeni smer za kot  $\vartheta$ ; pri tem se mu kinetična energija zmanjša na:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2 + E_\gamma (1 + \cos \vartheta)} = \frac{m_0 c^2 E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 + \cos \vartheta)},$$

kjer je  $m_0 c^2$  mirovna energija elektrona ( $0,51 \text{ MeV}$ ).

Razliko energij  $E = E_\gamma - E_{\gamma'}$  odnese elektron. Ta razlika je največja, kadar odleti elektron v smeri vpadlega fotona (energija Comptonovega roba):

$$E_{max} = E_\gamma \frac{2 \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}}{1 + 2 \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}}$$

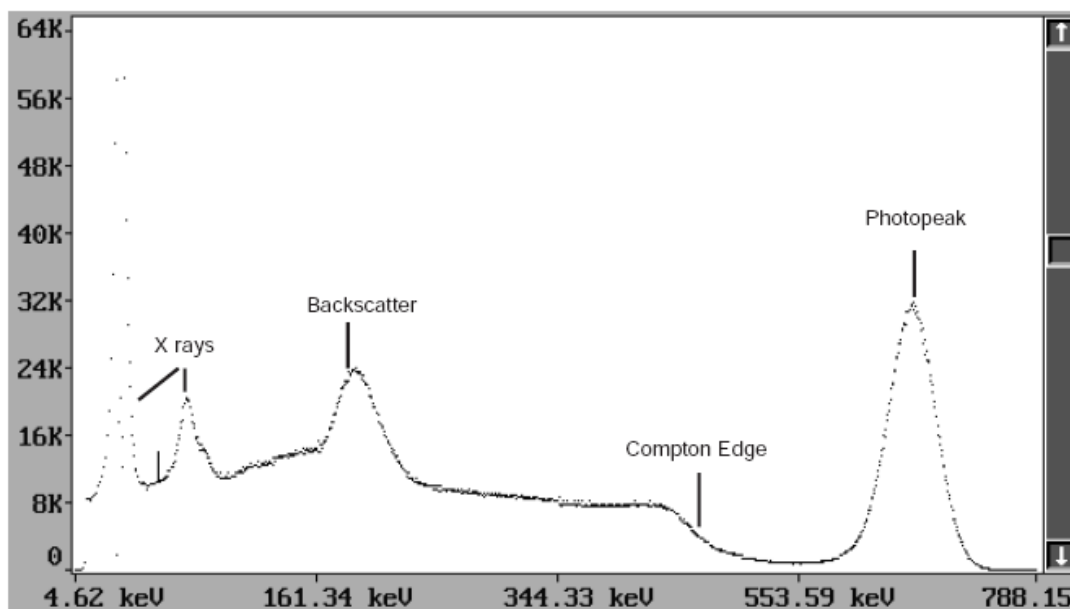
Energija ustreznega nazaj sipanega fotona je:

$$E'_{min} = \frac{E_\gamma}{1 + 2 \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}}$$

Če je  $0,5 \text{ MeV} < E_\gamma < 2 \text{ MeV}$ , je  $0,17 \text{ MeV} < E'_{min} < 0,22 \text{ MeV}$ .

Presek za Comptonovo sipanje se spreminja kot  $Z E^{-1/2}$  in prevladuje na območju od  $0,4 \text{ MeV} < E_\gamma < 4 \text{ MeV}$ .

Spekter comptonso sipanih elektronov je zvezen. Elektroni se sipajo pretežno naprej in fotoni pretežno nazaj.



Slika 5: Scintilacijski spekter Cs-137

V NaJ(Tl) scintilacijskih stevcih je porazdelitev v območju Comptonovih elektronov nekoliko spremenjena (slika 5). Prej izrazit rob izgine. To je posledica dejstva, da se nekateri od nazaj sipanih žarkov  $\gamma$  preko fotoefekta absorbirajo v scintilatorju. Tako se vsa energija žarkov  $\gamma$  porabi v aktivnem volumnu in dogodek registriramo v fotovrhu (imenujemo ga tudi vrh popolne absorpcije) namesto pri energiji Comptonovega roba. Rob se zaradi tega zaobli.

Poleg tega se pri energiji, ki približno ustreza  $E'_{min}$  pojavi majhen vrh (vrh povratnega sipanja - back scattering peak). Ta pripada fotonom, ki so se sipali nazaj v steklu, ki prekriva scintilator ali pa v steklu fotopomnoževalke in se nato absorbirali v scintilatorju.

Razmerje med višino zveznega Comptonovskega spektra in višino fotovrha je odvisno od energije žarkov  $\gamma$ , predvsem pa od velikosti kristala. V vrhu popolne absorpcije se registrira

tem več dogodkov, čim večji je scintilator.

## Tvorba parov

Kadar ima žarek  $\gamma$  dovolj energije ( $E_\gamma > 1,02 \text{ MeV}$ ), se lahko v bližini jedra spremeni v par pozitron-elektron s skupno kinetično energijo  $E_\gamma - 2m_0c^2$ , odvečno gibalno količino pa prevzame jedro.

Absorpcijski koeficient za proces tvorbe parov se spreminja kot  $(E - 2m_0c^2)^2 Z^2$ . Nastala dela se gibljeta pretežno v smeri naprej. V scintilatorju se zaustavita in mu predasta svojo kinetično energijo. Ko se pozitron upočasni, se anihilira z enim od elektronov, ki jih sreča na svoji poti. Nastaneta dva žarka  $\gamma$ , ki pod kotom  $180^\circ$  odletita vsak v svojo smer. Če bi oba žarka neovirano ušla iz scintilatorja, bi dobili v spektru vrh, ki ustreza kinetični energiji para  $E = E_\gamma - 2m_0c^2$ . Govorimo o vrhu dvojnega pobega. Če se absorbira v scintilatorju eden od anihilacijskih žarkov  $\gamma$ , je v scintilatorju absorbirana energija  $E = E_\gamma - m_0c^2$ , če pa se absorbirata oba, je absorbirana energija  $E = E_\gamma$  (vrh popolne absorpcije).

Ker je možno, da poteka absorpcija žarkov  $\gamma$  po katerikoli od naštetih poti, dobimo v spektru žarkov  $\gamma$  z energijo  $E > 1,02 \text{ MeV}$  vse tri vrhove, ki so med seboj razmaknjeni za  $0,51 \text{ MeV}$ . Razmerje njihovih višin je močno odvisno od velikosti scintilatorja. Pri majhnem prevladuje vrh dvojnega pobega, pri velikem pa vrh popolne absorpcije.

## Naloga

1. Ojačene signale iz scintilacijskega detektorja si poglej na osciloskopu. K poročilu priloži sliko zaslona ali pa skico signalov.
2. S pomočjo dveh črt  $\gamma$  iz  $^{22}\text{Na}$  z energijo  $E_1=0,51 \text{ MeV}$  in  $E_2=1,277 \text{ MeV}$  umeri energijsko skalo scintilacijskega spektrometra in izmeri energijo črt  $\gamma$  iz  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{60}\text{Co}$  in  $^{152}\text{Eu}$ . Pri analizi od izmerjenega spektra odštej spekter ozadja.
3. S pomočjo priloženega spiska energij preveri lege vrhov za  $^{152}\text{Eu}$ , potem pa poskusi identificirati elemente, ki prispevajo k signalu v vzorcu uranove rude.
4. Izmeri energijsko ločljivost za vrh popolne absorpcije tako, da podatkom v okolici vrha prilagajaš gaussovo funkcijo. Izmeri ločljivost za vrhove pri različnih energijah – uporabi meritve spektrov  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  in  $^{60}\text{Co}$ . Ali se ločljivost spreminja z energijo?
5. Med izvor in scintilacijski detektor postavi kolimator in posnemi spekter  $^{137}\text{Cs}$ . Ali se energijska ločljivost spektra kolimiranega in nekolimiranega izvora kaj spremeni?
6. Izračunaj izkoristek kristala za vrh popolne absorpcije (določi z izvorom  $^{137}\text{Cs}$ ).
7. Oceni energijo vrha povratnega sipanja.

## Potrebščine

1. Scintilacijski detektor: fotopomnoževalka s kristalom NaJ(Tl) in katodnim predojačevalnikom.
2. Izvor visoke napetosti za napajanje fotopomnoževalke CAEN N471
3. Ojačevalnik z enokanalnim analizatorjem Ortec 590A

#### 4. Radioaktivni izvori $^{22}\text{Na}$ , $^{137}\text{Cs}$ , $^{60}\text{Co}$ , $^{152}\text{Eu}$ in uranova ruda

##### **Potek dela**

Seznani se z navodili za ojačevalnik, enokanalni in večkanalni analizator [1,2].

Priključi vse elemente na omrežje in postavi izvor  $^{22}\text{Na}$  na scintilacijski detektor. Med katerokoli meritvijo poskrbi, da v bližnji okolici ne bo radioaktivnih izvorov. Premeri geometrijo postavitve in z izmerami opremi shemo postavitve v poročilu.

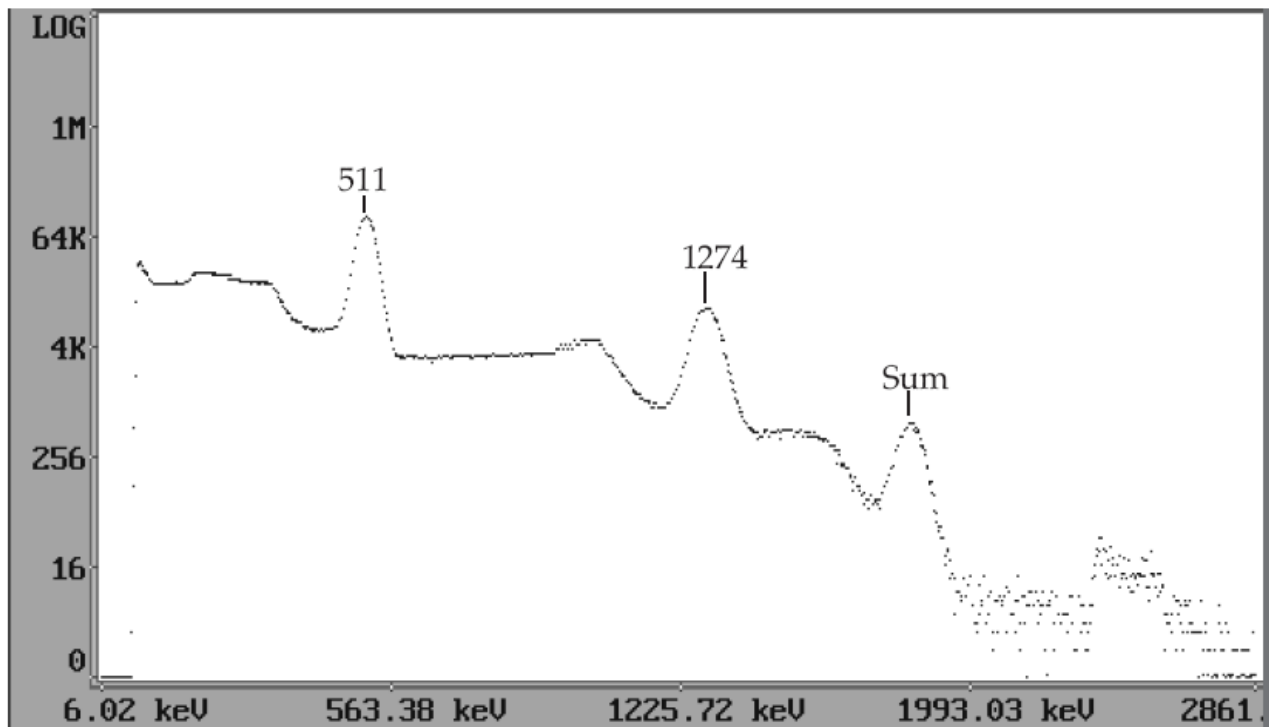
Ojačevalnik ORTEC 590A služi kot napajalnik za predojačevalnik za scintilacijski detektor, kot ojačevalnik in kot enokanalni analizator. Sunke izhoda AMP ojačevalnika priklopi na osciloskop in opazuj kako sunki naraščajo medtem, ko napetost na fotopomnoževalki višaš od 0 do okoli 1000V. Nastavi ojačenje ojačevalca tako, da bodo najvišji sunki segali do cca. 6 V.

Za uporabo kot enokanalni analizator uporabimo izhod SCA. Izhod signala so logični sunki, ki jih dobimo le takrat, ko je višina signala znotraj okna, katerega spodnji rob in širino nastavimo z gumboma LOWER LEVEL in WINDOW. Sunke napeljemo na števec in izmerimo število sunkov pri nastavljenih vrednostih. Meritev izvedi tako, da boš celotno območje signalov pokril z okoli 20-30 meritvami. S premikanjem spodnjega roba po korakih za široko okna izmeri porazdelitev po višini sunkov.

Sedaj izmeri spekter še z večkanalnim analizatorjem. Ojačeni izhod AMP napelji na vhod večkanalnega analizatorja MCA 8000A in poženi program ADCMCA. Umeri energijsko skalo.

Za vsak posnet spekter si zabeleži čas trajanja meritve, zmanjšan za mrtvi čas, ko sistem ni uspel zajemati podatkov. Z večkanalnim analizatorjem izmeri še spektre ostalih izvorov, ki so na voljo. Zajete spektre natisni, podatke pa shrani za kasnejšo obdelavo. S pomočjo energij znanih črt  $\gamma$  izvora  $^{22}\text{Na}$  poišči energije vrhov v spektrih ostalih izvorov. Pri spektru  $^{137}\text{Cs}$  določi položaj vrha popolne absorpcije, komptonskega vrha in vrha povratnega sipanja.

Ne pozabi na meritev ozadja. Ker je sunkov iz ozadja malo, zajemaj podatke dlje časa.



Slika 6: Scintilacijski spekter Na-22

Izkoristek kristala  $\eta$  pri dani geometriji izračunaj s pomočjo izvora  $^{137}\text{Cs}$  z aktivnostjo  $4,04 (1 \pm 0,03) \mu\text{Ci}$  merjeno 1.10.1964. Izkoristek  $\eta$  je odvisen od števila sunkov v fotovrhu  $N_{foto}$  in števila vseh fotonov  $\gamma$  v prostorskem kotu  $2\pi N_{vsi}$

$$\eta = \frac{N_{foto}}{N_{vsi}}$$

Ločljivost spektrometra  $R$  je definirana kot razmerje med energijsko širina na polovični višini  $\Delta E$  in energijo vrha  $E$  :

$$R = \frac{\Delta E}{E}$$

Določena je s številom elektronov  $N$ , ki jih scintilacijski fotoni izbijejo iz fotokatode fotopomnoževalke, saj je statistična napaka  $\pm\sqrt{N}$ . Ker je  $N \propto E_{\gamma}$  se ločljivost spektrometra z energijo boljša kot  $\frac{1}{\sqrt{E_{\gamma}}}$ .

## Vprašanja

1. Razloži energijsko lego vrha ftonskega pobega, če ti je znan podatek, da so vezavne energije elektronov v atomu joda za K lupino 33,2 keV, za L<sub>III</sub> in L<sub>II</sub> pa 4,54 keV oziroma 4,85 keV.
2. Kako bi se kvalitativno spremenil spekter, če bi bil izvor  $\gamma$  2 MeV v sredi zelo velikega kristala NaJ?
3. Če bi hotel dobiti iz fotopomnoževalke pozitiven signal, bi ga odvezel namesto iz anodnega upora iz zadnje dinode. Razloži zakaj! Ali bi bil signal manjši?

4. Ali lahko ozemliš pri fotopomnoževalki anodo namesto katode? Kakšne prednosti oziroma slabosti bi to povzročilo (pomni napetosti pri fotopomnoževalki grede tudi do 2500V!).

## Literatura

[1] ORTEC 590A Amplifier and Timing Single-Channel Analyzer Specifications  
[http://www.ortec-online.com/electronics/amp/590a\\_spec.htm](http://www.ortec-online.com/electronics/amp/590a_spec.htm)

[2] Amptek MCA 8000A multichannel analyzer  
<http://www.amptek.com/mca8000a.html>



**APPENDIX E**

## List of Commonly Observed Gamma Energies

This is a table of commonly-observed gamma energies, arranged by increasing gamma energy. The parent isotope and its half life are listed with the gamma energy. The key gamma energy for an isotope has an asterisk following it. Each isotope is listed once with its complete set of gamma energies. The gamma decay fraction is listed in parentheses. It represents the number of gammas of that energy emitted per decay of the parent nucleus (as a percentage and not a fraction in this table).

<b>Energy</b>	<b>Element</b>	<b>Half Life</b>	<b>Associated gammas</b>
35.5 (4.1)	Sb-125		427.9*(30)
44.8 (31)	Pu-241		148.6*(96)
<b>46.5*(3.9)</b>	<b>Pb-210</b>	<b>22.3 y</b>	(U-238)
56.3 (9)	Pu-241		148.6*(96)
<b>59.5*(35)</b>	<b>Am-241</b>	<b>433 y</b>	<b>26.3</b>
63.3 (3.8)	Th-234		(U-238)92.6*(5.4)
67.8 (42)	Ta-182		1221.4*(27)
69.7 (2.6)	Gd-153		97.4*(31)
79.1 (7.1)	Ag-108m		722.9*(91)
80.1 (2)	Ce-144		133.5*(11)
81.0 (33)	Ba-133		356.0*(62)
<b>84.4*(1.2)</b>	<b>Th-228</b>	<b>1.913 y</b>	<b>(Th-232)</b>
<b>86.5*(31)</b>	<b>Eu-155</b>	<b>4.71 y</b>	<b>105.3</b>
<b>88.0*(3.7)</b>	<b>Cd-109</b>	<b>462.0 d</b>	
88.4 (13)	La-138		1435.8*(68)
<b>92.6*(5.4)</b>	<b>Th-234</b>	<b>24.1 d</b>	<b>(U-238) 63.3</b>
<b>93.3*(38)</b>	<b>Ga-67</b>	<b>3.260 d</b>	<b>184.6 300.2 393.5 209</b>
93.4 (3.5)	Ac-228		(Th-232) 911.1*(27.7)
<b>97.4*(31)</b>	<b>Gd-153</b>	<b>241.6 d</b>	<b>103.2 69.7</b>
<b>98.9*(11)</b>	<b>Au-195</b>	<b>186.12 d</b>	<b>129.8</b>
100.1 (14)	Ta-182		1221.4*(27)
103.2 (22)	Gd-153		97.4*(31)
103.7 (30)	Pu-241		148.6*(96)
105.3 (20)	Eu-155		86.5*(31)
121.1 (17)	Se-75		264.7*(60)
121.8 (28)	Eu-152		1408.0*(21)
<b>122.1*(86)</b>	<b>Co-57</b>	<b>271.8 d</b>	<b>136.5 14.4</b>
<b>123.1*(40)</b>	<b>Eu-154</b>	<b>8.59 y</b>	<b>1274.5 723.3 1004.8 873.2 996.3 247.9</b>
129.8 (0.8)	Au-195		98.9*(11)
<b>133.5*(11)</b>	<b>Ce-144</b>	<b>284.6 d</b>	<b>80.1 696.5 (Pr-144)</b>
136 (57)	Se-75		264.7*(60)
136.5 (11)	Co-57		122.1*(86)
<b>140.5*(90)</b>	<b>Tc-99m</b>	<b>6.01 h</b>	
<b>148.6*(94)</b>	<b>Pu-241</b>	<b>14.4 y</b>	<b>44.8 103.7 44.2 56.3</b>
176.3 (6.9)	Sb-125		427.9*(30)
184.6 (20)	Ga-67	3.260 d	93.3*(38)
<b>185.7*(54)</b>	<b>U-235</b>	<b>7.04 x 10<sup>8</sup> y</b>	<b>194.9 205.3 163.4</b>
<b>190.3*(16)</b>	<b>In-114 m</b>	<b>49.51 d</b>	<b>558.4 725.2</b>
192.3 (3.1)	Fe-59		1099.2*(56)

Energy	Element	Half Life	Associated gammas
201.3 (84)	Lu-176		308.9*(93)
209 (2.2)	Ga-67		93.3*(38)
209.3 (4.4)	Ac-228		(Th-232) 911.1*(27.7)
210.6 (11.3)	Th-227		(U-235) 236*(11.5)
222.1 (7.6)	Ta-182		1221.4*(27)
<b>236*(11.5)</b>	<b>Th-227</b>	<b>18.72 d</b>	<b>(U-235) 210.6</b>
<b>238.6*(45)</b>	<b>Pb-212</b>	<b>10.64 h</b>	<b>(Th-232)</b>
<b>241.0*(4)</b>	<b>Ra-226</b>	<b>3.66 d</b>	<b>(Th-232)</b>
244.7 (7)	Eu-152		1408.0*(21)
247.9 (6.6)	Eu-154		123.1*(40)
<b>255.1*(1.9)</b>	<b>Sn-113</b>	<b>115.1 d</b>	<b>391.7 (In-113m)</b>
<b>264.7*(60)</b>	<b>Se-75</b>	<b>119.78 d</b>	<b>121.1 136 279.5 400.7</b>
<b>269.5*(13.6)</b>	<b>Ra-223</b>	<b>11.435 d</b>	<b>(U-235)</b>
<b>271.2*(10.6)</b>	<b>Rn-219</b>	<b>3.96 s</b>	<b>(U-235) 401.8</b>
276.4 (6.9)	Ba-133		356.0*(62)
277.4 (6.8)	Tl-208		(Th-232) 2614.7*(100)
<b>279.2*(77)</b>	<b>Hg-203</b>	<b>46.61 d</b>	
279.5 (25)	Se-75		264.7*(60)
284.3 (6)	I-131		364.5*(81)
295.2 (19.2)	Pb-214		(U-238) 351.9*(37.2)
300.1 (4)	Th-228		2614.5*
300.2 (16)	Ga-67		93.3*(38)
302.8 (19)	Ba-133		356.0*(62)
<b>308.9*(93)</b>	<b>Lu-176</b>	<b>3.6 x 10<sup>10</sup> y</b>	<b>201.8</b>
<b>320.1*(9.8)</b>	<b>Cr-51</b>	<b>27.7 d</b>	
338.3 (11.4)	Ac-228		(Th-232) 911.1*(27.7)
344.3 (27)	Eu-152		1408.0*(21)
<b>351.1*(12.9)</b>	<b>Bi-211</b>	<b>2.14 m</b>	<b>(U-235)</b>
<b>352.0*(37.2)</b>	<b>Pb-214</b>	<b>26.8 m</b>	<b>(U-238) 295.2</b>
<b>356.0*(62)</b>	<b>Ba-133</b>	<b>10.53 y</b>	<b>81 302.8 383.9 276.4</b>
<b>364.5*(81)</b>	<b>I-131</b>	<b>8.04 d</b>	<b>637 284.3 722.9</b>
383.9 (8.7)	Ba-133		356.0*(62)
<b>391.7*(65)</b>	<b>In-113m</b>	<b>1.658 hr</b>	
393.5 (4.5)	Ga-67		93.3*(38)
400.7 (12)	Se-75		264.7*(60)
401.8 (6.5)	Rn-219		(U-235) 271.2*(10.6)
416.9 (32)	In-116		1293.6*(75)
<b>427.9*(30)</b>	<b>Sb-125</b>	<b>2.758 y</b>	<b>600.6 635.9 463.4 176.3 35.5 606.6</b>
433.9 (90)	Ag-108m		722.9*(91)
<b>442.9*(16)</b>	<b>I-128</b>	<b>25 m</b>	<b>526.6</b>
463.4 (10)	Sb-125		427.9*(30)
<b>477.6 (10)</b>	<b>Be-7*</b>	<b>53.3 d</b>	
510.8 (21.6)	Tl-208		(Th-232) 2614.7*(100)
511.0 (180)	Na-22		1274.5*(100)
511.0 (30)	Co-58		810.8*(99)
511.0 (2.8)	Zn-65		1115.5*(50.8)
511.0 (0.6)	Ag-108		633*(1.8)
526.6 (1.5)	I-128		442.9*(16)
558.4 (4.5)	In-114 m		190.3*(16)
563.2 (8.4)	Cs-134		795.8*(85.4)
569.3 (15.4)	Cs-134		795.8*(85.4)
<b>569.7*(98)</b>	<b>Bi-207</b>	<b>38.0 y</b>	<b>1063.6 1770.2</b>
583.1 (84.2)	Ti-208		(Th-232) 2617.5*(100)
600.6 (18)	Sb-125		427.9*(30)
<b>602.7*(98)</b>	<b>Sb-124</b>	<b>60.2 d</b>	<b>1691 722.8 645.9 2091 1368.2</b>
604.7 (97.6)	Cs-134		795.8*(85.4)
606.6 (5)	Sb-125		427.9*(30)
<b>609.3*(46.3)</b>	<b>Bi-214</b>	<b>19.9 m</b>	<b>(U-238) 1764.5 1120.3 1238.1 2204.2</b>
614.4 (91)	Ag-108m		722.9*(91)
<b>633*(1.8)</b>	<b>Ag-108</b>	<b>2.39 m</b>	<b>433.9 511</b>
635.9 (11)	Sb-125		427.9*(30)
637.0 (7.3)	I-131		364.5*(81)

Energy	Element	Half Life	Associated gammas
645.9 (7.3)	Sb-124		602.7*(98)
<b>657.8 (4.4)</b>	<b>Ag-110</b>	<b>24.6 s</b>	
<b>661.6*(90)</b>	<b>Ba-137m</b>	<b>2.55 m</b>	
<b>661.6*(85)</b>	<b>Cs-137</b>	<b>30.17 y</b>	
<b>696.5 (1.5)</b>	<b>Pr-144</b>	<b>17.3 m</b>	<b>133.5*(11) (Ce-144)</b>
722.8 (11)	Sb-124		602.7*(98)
<b>722.9*(91)</b>	<b>Ag-108m</b>	<b>130 y</b>	<b>614.4 433.9 79.2</b>
722.9 (1.8)	I-131		364.5*(81)
723.3 (19)	Eu-154		123.1*(40)
725.2 (4.5)	In-114 m		190.3*(16)
<b>727.2*(11.8)</b>	<b>Bi-212</b>	<b>60.6 m</b>	<b>(Th-232)</b>
778.9 (13)	Eu-152		1408.0*(21)
<b>788.7 (32)</b>	<b>La-138</b>	<b>1.05 x 10<sup>11</sup> y</b>	
<b>795.8*(85.4)</b>	<b>Cs-134</b>	<b>2.065 y</b>	<b>604.7 801.9 569.3 563.3</b>
801.9 (8.7)	Cs-134		795.8*(85.4)
<b>810.8*(99)</b>	<b>Co-58</b>	<b>70.88 d</b>	<b>863.9 511</b>
818.7 (15)	In-116		1293.6*(75)
<b>834.8*(100)</b>	<b>Mn-54</b>	<b>312.2 d</b>	
860.4 (12.5)	Tl-208		(Th-232) 2614.7*(100)
863.9 (1.8)	Co-58		810.8*(99)
873.2 (12)	Eu-154		123.1*(40)
889.3 (100)	Sc-46		1120.5*(100)
898.0 (93)	Y-88		1836.0*(99)
<b>911.1*(27.7)</b>	<b>Ac-228</b>	<b>6.15 h</b>	<b>(Th-232) 969.1 338.3 209.3 93.4</b>
964.0 (15)	Eu-152		1408.1*(21)
969.1 (16.6)	Ac-228		(Th-232) 911.1*(27.7)
996.3 (11)	Eu-154		123.1*(40)
1004.8 (18)	Eu-154		123.1*(40)
1063.6 (75)	Bi-207		569.7*(98)
1085.8 (10)	Eu-152		1408.0*(21)
1097.3 (54)	In-116		1293.6*(75)
<b>1099.2*(56)</b>	<b>Fe-59</b>	<b>44.51 d</b>	<b>1291.6 192.3</b>
1112.0 (13)	Eu-152		1408.0*(21)
<b>1115.5*(50.8)</b>	<b>Zn-65</b>	<b>243.8 d</b>	<b>511</b>
1120.3 (15.1)	Bi-214		(U-238) 609.3*(46.3)
1120.5 (100)	Sc-46		889.3*(100)
1121.3 (35)	Ta-182		1221.4*(27)
1173.2 (100)	Co-60		1332.5*(100)
1189.1 (16)	Ta-182		1221.4*(27)
<b>1221.4*(27)</b>	<b>Ta-182</b>	<b>114.43 d</b>	<b>67.8 1121.3 1189.1 100.1 222.1 1230.9</b>
1238.1 (5.9)	Bi-214		(U-238) 609.3*(46.3)
<b>1274.5 *(100)</b>	<b>Na-22</b>	<b>2.605 y</b>	<b>511</b>
1274.5 (36)	Eu-154		123.1*(40)
1291.6 (43)	Fe-59		1099.2*(56)
<b>1293.6 *(75)</b>	<b>In-116</b>	<b>54.2 min</b>	<b>1097.3 416.9 2112.1 818.7 1507</b>
<b>1332.5*(100)</b>	<b>Co-60</b>	<b>5.271 y</b>	<b>1173.2*(100)</b>
1368.2 (2.5)	Sb-124		602.7*(98)
<b>1408.0*(21)</b>	<b>Eu-152</b>	<b>13.48 y</b>	<b>121.8 344.3 964 1112 778.9 1085.8 244.7</b>
<b>1434.1*(100)</b>	<b>V-52</b>	<b>3.76 m</b>	
<b>1435.8*(68)</b>	<b>La-138</b>	<b>1.05 x 10<sup>11</sup> y</b>	<b>88.4 788.7</b>
<b>1460.8*(11)</b>	<b>K-40</b>	<b>1.28 x 10<sup>9</sup> y</b>	
1507.4 (10)	In-116		1293.6*(75)
<b>1691*(49)</b>	<b>Sb-124</b>		<b>602.7*(98)</b>
1764.5 (15.8)	Bi-214		(U-238) 609.3*(46.3)
1770.2 (6.8)	Bi-207		569.7*(98)
<b>1779*(100)</b>	<b>Al-28</b>	<b>2.25 m</b>	
<b>1836.1*(99)</b>	<b>Y-88</b>	<b>106.6 d</b>	<b>898.1</b>
2091 (5.7)	Sb-124		602.7*(98)
2112.1 (18)	In-116		1293.6*(75)
2204.2 (5)	Bi-214		(U-238) 609.3*(46.3)
<b>2614.7*(100)</b>	<b>Tl-208</b>	<b>183 s</b>	<b>(Th-232) 583.1 510.8 860.5 277.4</b>
2677.9 (2)	Rb-88		1836.0*

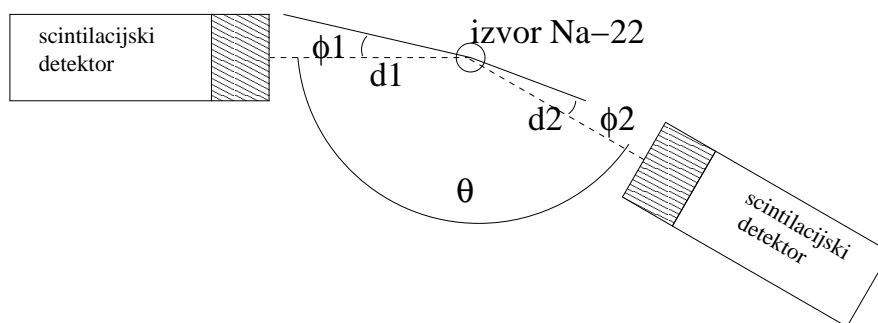
# Kotna korelacija anihilacijskih žarkov $\gamma$

## Kazalo

<b>1</b>	<b>Naloga</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Anihilacija pozitrona</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Koincidenčno vezje</b>	<b>3</b>
3.1	Določitev ločljivosti koincidenčnega vezja . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Potek dela</b>	<b>7</b>
4.1	Meritev zakasnitvene krivulje koincidenčne enote . . . . .	7
4.2	Meritev zakasnitvene krivulje pri merjenju koincidenčnih dogodkov, ki pripadajo anihilacijskim žarkom $\gamma$ . . . . .	7
4.3	Meritev kotne korelacije anihilacijskih žarkov $\gamma$ . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Seznam uporabljenih enot</b>	<b>8</b>

## 1 Naloga

1. Izmeri zakasnitveno krivuljo koincidenčnega vezja in dobljeno časovno ločljivost primerjaj z vrednostjo, ki jo dobiš iz meritve slučajnih koincidenc
2. Izmeri kotno korelacijo anihilacijskih žarkov  $\gamma$



Slika 1: Eksperimentalna postavitve.

## 2 Anihilacija pozitrona

Pozitron  $e^+$ , ki je po Diracu luknja v morju pozitivnih energij, se pri srečanju s svojim antidelcem elektronom  $e^-$  anihilira. Energija, ki se pri tem sprosti, se razširi v prostor v obliki elektromagnetnega valovanja.

Ko si skušamo natančneje predočiti približevanje elektrona in pozitrona, nas zanima, ali morda ne pride najprej do nastanka vodikovemu atomu podobne tvorbe v kateri elektron kroži okrog pozitrona in se delca anihilirata šele pozneje.

Raziskave so pokazale, da tak vezan sistem  $e^+ - e^-$  res obstaja. Imenovali so ga pozitronij. Oglejmo si njegovo osnovno stanje, v katerem sta pozitron in elektron najbližje drug drugemu. Kot pri vodikovemu atomu ima to stanje tudi pri pozitroniju orbitalno vrtilno količino  $l=0$ . Glede na to, da imata elektron in pozitron spin  $1/2$ , se osnovno stanje razcepi na dve podstanji: eno ima vrtilno količino 0 (singlet), drugo pa ima vrtilno količino 1 (triplet). Vežalna energija osnovnega stanja je 6,8 eV. Tripletno stanje je za okrog  $10^{-3}$  eV manj vezano kot singletno stanje.

Poglejmo si anihilacijo v singletnem stanju. Predpostavimo, da pozitron miruje (če se giblje obravnavamo njegovo anihilacijo v težiščnem sistemu, nato pa količine preračunamo v laboratorijski sistem). Ker je vrtilna količina sistema enaka 0, so si v prostoru vse smeri enakovredne. Pri anihilaciji nastali foton lahko odleti v katerokoli smer. Vendar pa zaradi ohranitve gibalne količine pri anihilaciji ne more nastati en sam foton istočasno mora nastati še eden in odleteti v nasprotno smer kot prvi. Le tako je pred anihilacijo in po njej gibalna količina sistema enaka 0.

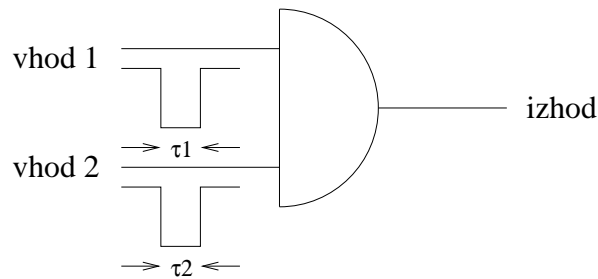
Kako pa je z vrtilno količino? Da tudi ta ostane za ves sistem po anihilaciji enaka 0, morata biti oba fotona ali levo ali pa desno cirkularno polarizirana.

Pri anihilaciji v tripletnem stanju ohranitve gibalne količine niti vrtilne količine ne moremo doseči samo z dvema fotonoma  $\gamma$ . Nastati morajo najmanj trije fotoni  $\gamma$ .

Z ozirom na to, da je verjetnost, da najdemo pozitronij v singletnem stanju  $1/4$  in verjetnost, da ga najdemo v tripletnem  $3/4$ , bi pričakovali, da bomo bolj pogosto opazili anihilacijo v tri fotone  $\gamma$  kot v dva fotona  $\gamma$ . V resnici pa ni tako. Upoštevati je namreč treba, da je življenska doba pozitronija ni ista v obeh stanjih. V singletnem stanju je okrog  $10^{-10}$  s v tripletnem pa približno 1000 krat daljša, to je okrog  $10^{-7}$  s. V tem času pa pozitronij doživi trke z atomi in pri tem iz tripletnega stanja preide v singletno.

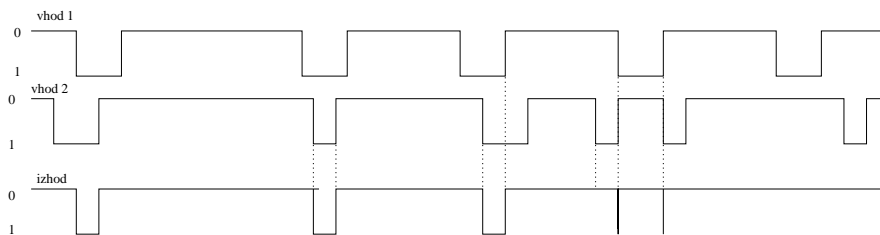
### 3 Koincidenčno vezje

Koincidenčno vezje je tako vezje, ki se sproži le v primeru, da pridejo sunki na vse njegove vhode v časovnem razmiku, ki je manjši od karakterističnega časovnega intervala  $\tau$ , ki je določen z ločljivostjo vezja. Običajno je  $\tau$  veliko manjši od povprečnega razmika med sunki, ki prihajajo na vhode. Zato pravimo, da s koincidenčnim vezjem ločimo istočasne dogodke od ostalih. Enostavno izvedbo koincidenčnega vezja predstavljajo elektronska vrata, ki se odprejo le kadar sta na vhodu istočasno dva sunka (slika 2).



Slika 2: Elektronska vrata.

Na sliki 3 je narisani časovni diagram izhodnih sunkov za koincidenčno vezje z dvema vhodom in kaže odvisnost izhodnih sunkov od časovnega razmika med sunkom na vhodu 1 in sunkom na vhodu 2.

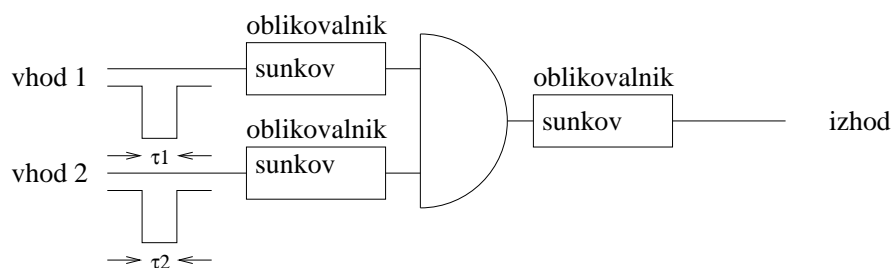


Slika 3: Časovni diagram sunkov koincidenčnega vezja.

Če so sunki, ki pridejo na vhod 1 oz. 2 uniformirani (višine  $V_0$  in širine  $\tau_1$  oz.  $\tau_2$ ) in je  $\tau_1 > \tau_2$ , so najširši izhodni sunki široki  $\tau_2$  in jih dobimo tedaj, ko se sunka z obeh vhodov popolnoma prekrijeta. Pri delnem prekritju je izhodni sunek ožji; če pa se sunka sploh ne prekrijeta, izhodnega signala ni. Definirajmo razmik med sunkoma kot časovno razdaljo med njunima čeloma. S Slike 2 takoj vidimo,

da se sunka 1 in 2 prekrivata oz, da dobimo na izhodu signal, če npr. pride sunek 2 največ  $\tau_1$  prepozno, ali pa največ  $\tau_2$  prezgodaj kot sunek 1. Koincidenčno vezje je torej odprto v času  $\tau_1 + \tau_2 = \tau$ . Ta čas imenujemo časovna ločljivost koincidenčnega vezja.

Običajno sunki iz detektorjev ionizirajočega sevanja niso tako dobro definirani, kot na sliki 1. Zaradi tega na vhoda dodamo oblikovalnika sunkov. Tudi na izhodu iz koincidenčnega vezja bi želeli dobiti sunke vedno iste širine, da bi z njimi poganjali npr. števec. To dosežemo tako, da tudi na izhod dodamo oblikovalnik sunkov. Tako izpopolnjeno koincidenčno vezje kaže slika 4.

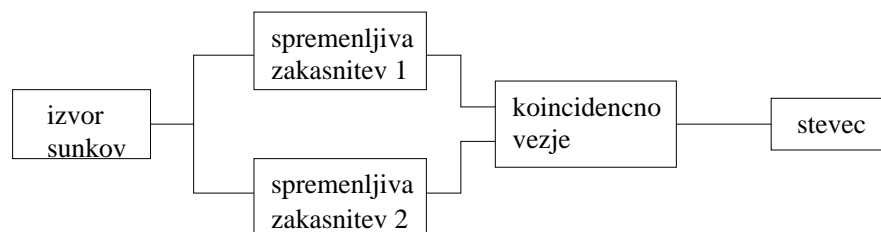


Slika 4: Z oblikovalniki sunkov izpopolnjeno koincidenčno vezje.

Če želimo, da sta veji 1 in 2 simetrični, morata biti sunka na izhodu obeh oblikovalnikov iste višine in širine. Običajno uporabljamo za oblikovalnike uni-vibratorje.

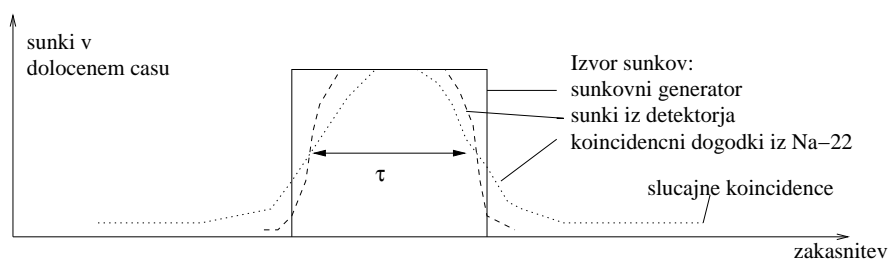
### 3.1 Določitev ločljivosti koincidenčnega vezja

Ločljivost koincidenčnega vezja določimo tako, da na oba vhoda pripeljemo sunke iz istega izvora preko zakasnilnih sistemov (slika 5) in pri posameznih zakasnitvah opazujemo število koincidenčnih signalov v določenem času.



Slika 5: Sistem za merjenje časovne ločljivosti koincidenčnega vezja.

Pri meritvi zakasnjujemo npr. sunke v veji 1 nasproti sunkom v veji 2 in nato še obratno. Rezultat je s polno črto izvečena krivulja na sliki 6. Pri majhnih zakasnitvah ostane število koincidenčnih signalov nespremenjeno; pri dani zakasnitvi pa naenkrat pade na nič. Čim bolj idealni (pravokotni) so uporabljani sunki in čim bolj je stabilno elektronsko vezje, tem bolj stopničasta je zakasnitvena krivulja koincidenčnega vezja. Temu se najbolj približamo, če kot izvor sunkov uporabimo sunkovni generator pravokotnih sunkov. Če kot izvor uporabimo sunke iz kakega detektorja ionizirajočega sevanja, je krivulja zaobljena. Ločljivost koincidenčnega vezja je v tem primeru definirana kot širina vrha pod koincidenčno krivuljo na njegovi polovični višini.



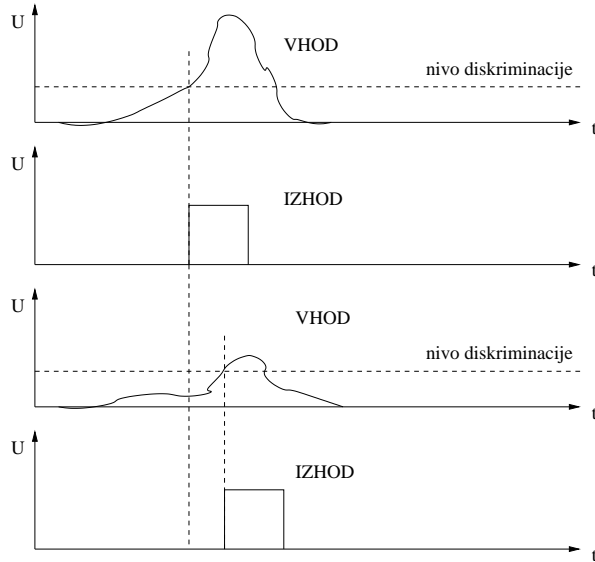
Slika 6: Zakasnitvena krivulja koincidenčnega vezja.

Še bolj zaobljeno zakasnitveno krivuljo pa dobimo pri opazovanju koincidenčnih dogodkov. V ta namen uporabimo sistem, ki ga kaže slika 7. Zaobljenje zakasnitvene krivulje nastopi zato, ker istočasnim dogodkom v izvoru sevanja ustrezni električni sunki niso več popolnoma istočasni, ampak je njihova časovna povezava razmazana. Razmazanost je delno posledica raznih stohastičnih pojavov, ki spremljajo detekcijo ionizirajočega sevanja. Še posebej je velika, če opazujemo koincidence žarkov  $\gamma$ , v vezju opa uporabljamo diskriminator, ki daje na izhodu sunek v trenutku, ko vhodni signal preseže diskriminacijski nivo.



Slika 7: Sistem za merjenje koincidenčnih dogodkov





Slika 8: Časovno stresanje pri navadnih diskriminatorjih

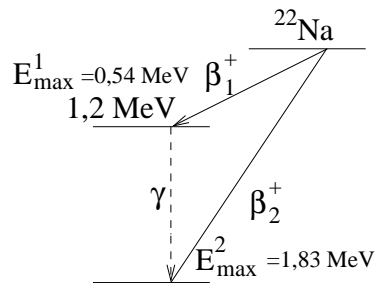
To pa se zgodi pri visokih signalih prej kot pri nizkih (glej sliko 8). Detektorji žarkov  $\gamma$  (razen G.M. cevi) pa za monoenergetske žarke  $\gamma$  dajo zvezni spekter sunkov. Če v sistemu uporabimo modernejše diskriminatorje, pri katerih omenjeni pojav ne nastopa, se časovna razmazanost zmanjša. Pri merjenju zakasnitvene krivulje za koincidenčne dogodke opazimo nekaj sunkov tudi pri velikih zakasnitvah (glej sliko 6), ko se koincidenčni sunki prav gotovo več ne prekrivajo. Govorimo o naključnih koincidencah. Na izhodu dobimo sunek, ker se na vhodu naključno pojavita dva sunka v časovnem razmaku, ki je manjši od  $\tau$ . Število naključnih koincidenč  $N_{12}$  pri  $N_1$  sunkih na vhodu 1 in  $N_2$  sunkih na vhodu 2 v enoti časa in pri časovni ločljivosti vezja  $\tau = \tau_1 + \tau_2$  dobimo z naslednjim premislekom: Zaradi sunkov na vhodu 1 je koincidenčno vezje pripravljeno na prihod sunkov po veji 2 v povprečju  $N_1\tau = t_1$ . V tem času pride na vhod 2 v povprečju  $N_2\tau_1$  sunkov, ki koincidenčno vezje zares sprožijo. Število slučajnih koincidenč je torej:

$$N_{12} = N_2\tau_1 = N_1N_2\tau \quad (1)$$

Vidimo, da je število slučajnih koincidenč sorazmerno časovni ločljivosti koincidenčnega vezja, medtem ko število pravih koincidenč od nje ni odvisno vse dokler čas zakasnitve ni večji od časa, ki ustreza ravnemu delu koincidenčne krivulje.

## 4 Potek dela

Vse meritve opraviš s sunki iz enega oziroma dveh scintilacijskih spektrometrov žarkov  $\gamma$ . Kot izvor žarkov  $\gamma$  uporabiš  $^{22}\text{Na}$ , katerega razpadna shema je prikazana na sliki 9. Jedra  $^{22}\text{Na}$  sevajo žarke  $\beta^+$  z maksimalno energijo 1,83 MeV in 0,54 MeV ter žarke  $\gamma$  energije 511 keV. S sunki iz fotovrha, ki pripada tem žarkom  $\gamma$ , opraviš vse poizkuse. Od ostalih sunkov jih ločiš s pomočjo diskriminatorja tako, da nastaviš njegov nivo na vrednost, ki v spektru ustreza dolini pod fotovrhom. Določiš jo z opazovanjem sunkov na osciloskopu.



Slika 9: Razpadna shema  $^{22}\text{Na}$

### 4.1 Meritev zakasnitvene krivulje koincidenčne enote

V ta namen napelji ojačene in diskriminirane sunke iz enega izmed obeh detektorjev na vhod zakasnilne enote (Ortec GG8000), ki ti služi za razdelilec sunkov. En izhod pelji na vhod koincidenčne enote (CAEN N455) preko druge zakasnilne enote, drug izhod pa pelji naravnost na drugi vhod koincidenčne enote. S pomočjo izvijača nastavi dolžino signalov (WIDTH)  $\tau_1$  in  $\tau_2$  enkrat na 200 ns in drugič na 400 ns. Zakasnitveno krivuljo izmeri s spreminjanjem zakasnitve (DELAY) s pomočjo izvijača.

### 4.2 Meritev zakasnitvene krivulje pri merjenju koincidenčnih dogodkov, ki pripadajo anihilacijskim žarkom $\gamma$

Ojačena in diskriminirana izhoda iz obeh scintilacijskih detektorjev napelji preko zakasnilne enote (ORTEC GG8000), kjer jima nastaviš dolžino  $\tau_1$  in  $\tau_2$ , na vhoda koincidenčne enote (CAEN N455). Opravi meritev pri obeh časovnih ločljivostih

vezja 200 ns in 400 ns. Prepričaj se, da je v delovni točki sredi vrha zakasnitvene krivulje število pravih koincidenč neodvisno od ločljivosti koincidenčnega sistema. Pri meritvi morajo biti izvor  $^{22}\text{Na}$  in oba scintilatorja na isti premici. Da boš dobil zadostno število koincidenč, naj bosta scintilatorja nameščena čim bližje izvora.

Slučajne medsebojne zakasnitve izmeri pri maksimalni medsebojni zakasnitvi sunkov v obeh vejah koincidenčne enote.

Izmeri tudi  $N_1$  in  $N_2$  in se prepričaj o veljavnosti enačbe  $N_{12} = N_2\tau_1 = N_1N_2\tau$  ( $\tau_1 + \tau_2 = \tau$ ). To napravi pri obeh ločljivostih koincidenčne enote.

Pazi: Količine  $N_1$ ,  $N_2$  in  $N_{12}$  morajo biti preračunane na enoto časa - sekundo, ki je tudi enota za  $\tau$ .

### 4.3 Meritev kotne korelacije anihilacijskih žarkov $\gamma$

Pri tem uporabiš sistem ki si ga umeril pod 4.2, le da scintilatorja nekoliko oddaljš od izvora (s tem povečas kotno ločljivost naprave) in spreminjaš kot med njima.

## 5 Seznam uporabljenih enot

- Visokonapetostni izvor [5]
- Ojačevalnik z diskriminatorjem ORTEC 9302[2]
- Zakasnilna enota ORTEC GG8000 [3]
- Koincidenčna enota CAEN N455 [1]
- Števec sunkov CAEN N145 [4]

## Literatura

[1] CAEN N455 <http://www.caen.it/nuclear/product.asp?id=105>

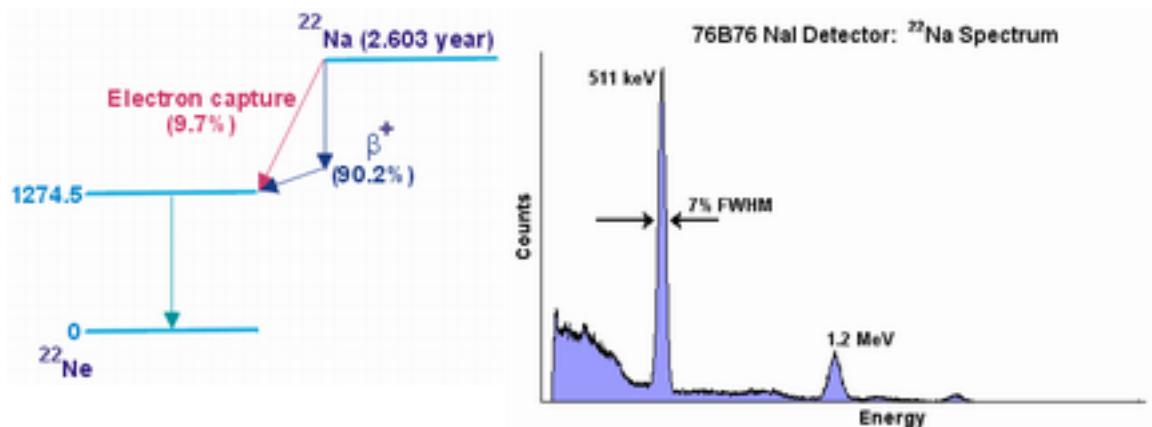
[2] ORTEC 9302 <http://www.ortec-online.com/electronics/amp/9302.htm>

[3] ORTEC GG8010 <http://www.ortec-online.com/electronics/delay/gg8010.htm>

[4] CAEN N145 <http://www.caen.it/nuclear/product.asp?id=112>

[5] CAEN N471 <http://www.caen.it/nuclear/product.asp?id=239>

# Navodila za delo za vajo kotna korelacija anihilacijskih žarkov gama



Slika 1: Razpadna shema Na-22 (levo) in scintilacijski spekter Na-22 (desno)

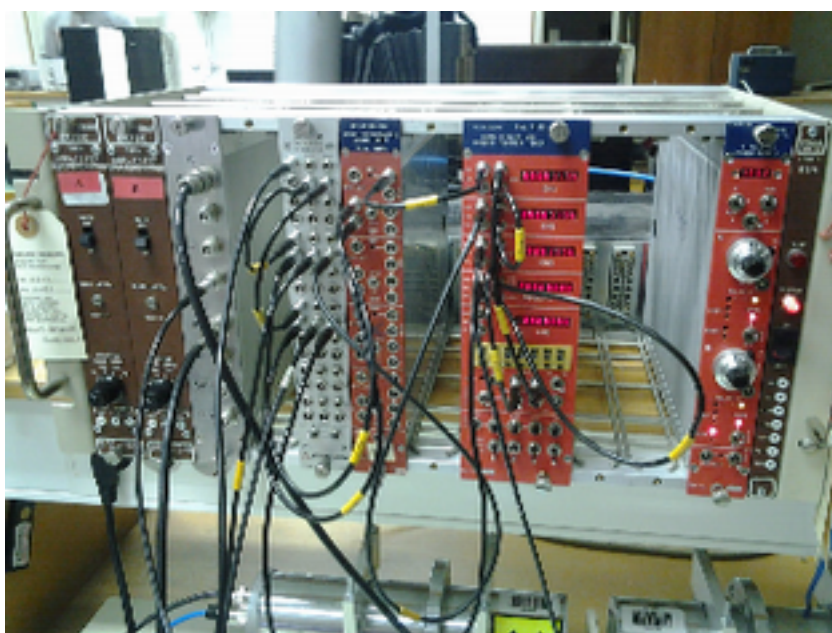
Vse meritve opraviš s sunki iz enega oziroma dveh scintilacijskih detektorjev. Kot izvor žarkov uporabiš Na-22, katerega razpadna shema je prikazana na sliki. Jedra Na-22 razpadajo v 90,2% primerov z beta+ razpadom in v 9.7% primerov z ujetjem elektrona v vzbujeno jedro Ne-22, ki izsevanjem fotona gama preide v osnovno stanje. Pozitroni se v snovi ustavijo in pri anihilaciji dobimo kolinearna žarka z energijo 511 keV. S sunki iz fotovrha, ki pripada tem žarkom, opraviš vse poizkuse. Od ostalih sunkov jih ločiš s pomočjo diskriminatorja tako, da nastaviš njegov nivo na vrednost, ki v spektru ustreza dolini pod fotovrhom.

Določiš jo z opazovanjem sunkov na osciloskopu: Iz modula NIM (ojačevalec in diskriminator ORTEC 9302) analogni ojačeni izhod AMP napelji na prvi kanal osciloskopa, logični izhod DIS pa na drugi vhod, ki ga uporabi tudi za proženje osciloskopa. Pazi na pravilno zaključitev. Vhodne signale na osciloskopu, ki ga uporabljamo, lahko zaključimo samo z 1M $\Omega$ . Signali iz modula zahtevajo zaključitev 50  $\Omega$ , za kar na vhod osciloskopa namestimo T- clen in upor 50  $\Omega$ . Z vrtenjem vijaka DISC LEVEL na modulu ORTEC 9302 nastaviš nivo diskriminacije. Narisi v zvezek kakšen je tipični časovni potek signalov!



**Slika 2:** Modula ORTEC 9302, ojačevalec in diskriminator, imata vhod in izhode na zadnji strani. Zaradi enostavnosti rokovanja, so signali napeljeni na sprednjo ploščo.

## 1. Določitev ločljivosti koincidenčne enote

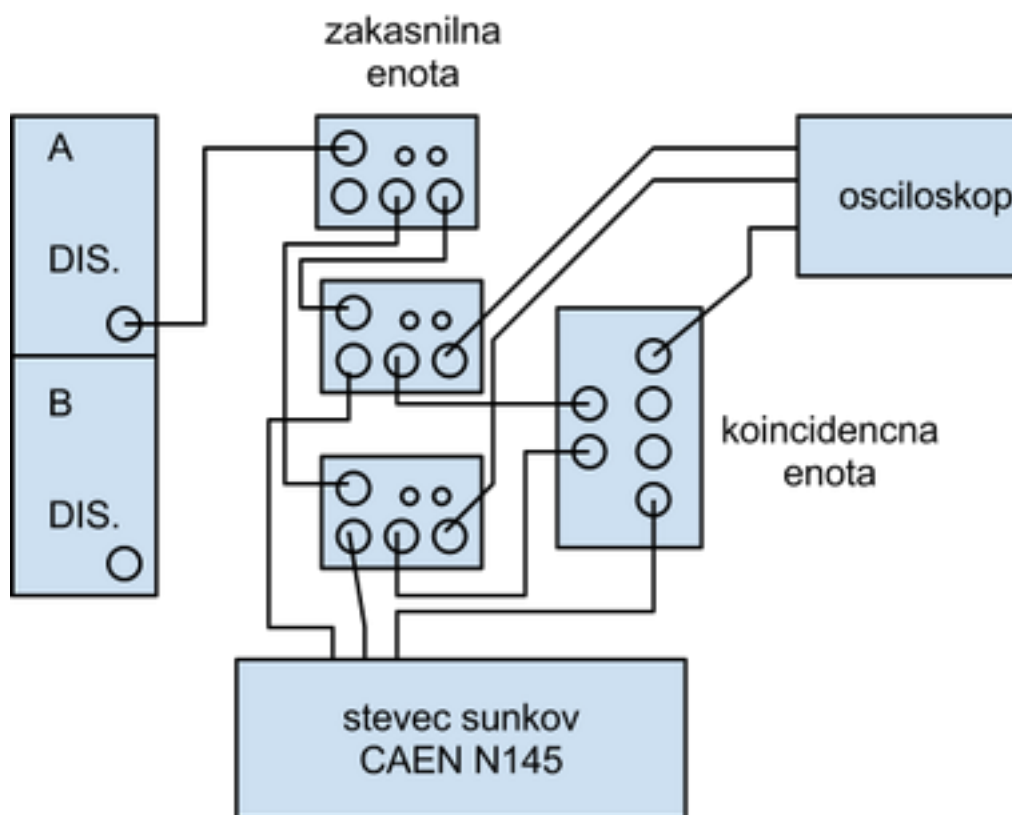


**Slika 3:** NIM moduli in povezave med njimi.

V nadaljevanju bomo uporabljali le logične signale, ki jih bomo sprva podaljšali, potem pa napeljali na logična vrata. Moduli, ki jih bomo uporabljali, ustrezajo standardu NIM, kjer logično "1" predstavlja tokovni sunek  $-16\text{mA}$ . Po standardu so vhodno izhodne impedanice vhodov oz. izhodov  $50\ \Omega$ . Zaradi tega moramo pri povezovanju to upoštevati. Če želimo signal razcepiti/razdeliti na dva, moramo to storiti z ustreznim modulom, ki je temu namenjen, sicer tvegamo, da zaradi nepravilne zaključitve logična vezja ne bodo delovala. Za razdelitev signala lahko v našem primeru uporabimo kar enega od 8 identičnih kanalov modula zakasnilne enote (Ortec GG8000), kjer na vhod pripeljemo vhodni signal, na izhodu pa dobimo dva signala OUT (srednji in desni konektor) in

(PAZI!!!!) skrajno levo invertirani OUT signal. Izhodna signala sta glede na vhodnega zakasnjena za čas, ki ga nastavimo z izvijačem na vijaku DELAY, njuno dolžino pa nastavimo z vijakom WIDTH.

- Za določitev ločljivosti napelji ojačene in diskriminirane logične sunke DIS. enega izmed obeh detektorjev na enega od 8 identičnih vhodov zakasnilne enote (Ortec GG8000).
- Dva izhodna signala napelji vsakega na enega od preostalih sedem kanalov zakasnilne enote. Na ta način lahko vsakega od signalov zakasniš in mu določiš dolžino.
- Enega od izhodov OUT vsakega od kanalov napelji na vhod koincidenčne enote CAEN N455 (nastavi logična vrata na AND!).
- Izhod iz koincidenčne enote in invertirana izhoda iz zakasnilne enote napelji na tri vhode števca CAEN N145.
- Nastavi dolžino obeh signalov (WIDTH) na 200 ns oz. 400 ns in pri vsaki od dolžin spreminjaj zakasnitev med sunkoma. S štetjem števila koincidenč za različne zakasnitve signalov izmeriš zakasnitveno krivuljo.



Slika 4: Povezave za meritev ločljivosti koincidenčne enote

## 2. Meritev zakasnitvene krivulje pri merjenju koincidenčnih dogodkov, ki pripadajo anihilacijskim žarkom

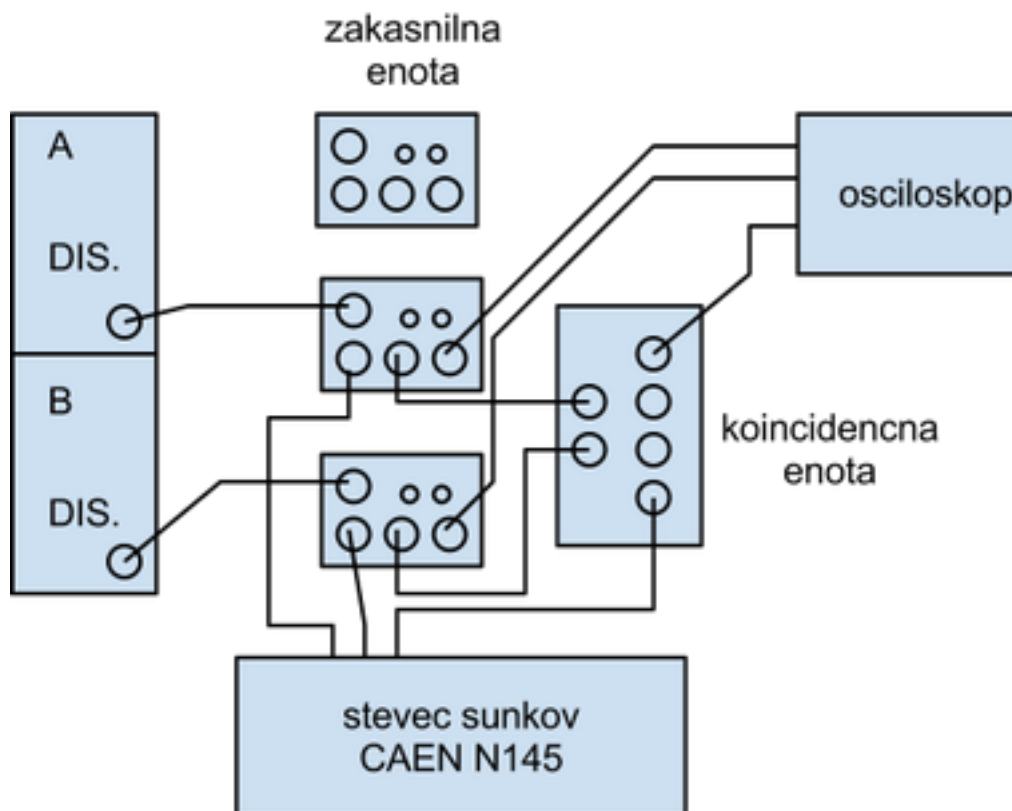
- Namesto signala iz enega detektorja, ki smo ga razdelili na dva, uporabimo pri tej meritvi diskriminirane signale iz scintilacijskih detektorjev in s števcem izmerimo število koincidenč in število signalov na vsakem od detektorjev.
- Ker signala časovno več ne sovpadata popolnoma, je težje določiti zakasnitev med njima. Zato meritev izvedemo tako, da zakasnitev nastavimo z enim od signalov, ki ga najprej

razdelimo (postavitev iz prejsnje naloge določitev ločljivosti koincidenčnega vezja), potem preklopimo na dva detektorja in izmerimo število koincidenč.

- Opravi meritev pri obeh časovnih ločljivostih vezja 200 ns in 400 ns. Prepričaj se, da je v delovni točki sredi vrha zakasnitvene krivulje število pravih koincidenč neodvisno od ločljivosti koincidenčnega sistema.

Pri meritvi morajo biti izvor Na-22 in oba scintilatorja na isti premici. Da bos dobil zadostno število koincidenč, naj bosta scintilatorja nameščena čim bližje izvora. Slučajne medsebojne zakasnitve izmeri pri maksimalni medsebojni zakasnitvi sunkov v obeh vejah koincidenčne enote.

Izmeri tudi  $N_1$  in  $N_2$  in se prepričaj, da velja enačba  $N_{12} = N_{21} = N_1 * N_2 * \tau$ . To napravi pri obeh ločljivostih ( $\tau$ ) koincidenčne enote.



Slika 5: Shema vezave za meritev koincidenčnih dogodkov.

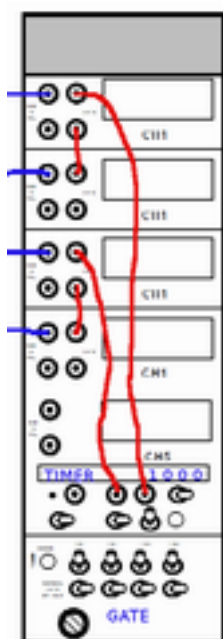
### 3. Meritev kotne korelacije anihilacijskih žarkov

- Pri tem vaji uporabiš postavitev iz prejšnje vaje, le da nastaviš časovni razmak med sunkoma tako, da je število koincidenč največje.
- Scintilatorja nekoliko oddaljiš od izvora, da s tem povečaš kotno ločljivost naprave. Razmisli, od česa je odvisna kotna ločljivost meritve!
- Meritev izvedeš tako, da meriš število koincidenč za različne kote med scintilacijskima detektorjema.



## Dodatek: Uporaba števca

Števec CAEN N145 lahko enostavno uporabimo za štetje logičnih signalov tako, da jih napeljemo na vhode NIM. Števec v tem primeru prešteje vse sunke, ki pridejo na vhod. V primeru, da bi želeli omejiti čas štetja, pa moramo 5. kanal števca uporabiti kot TIMER (nastavi) in izhoda iz TIMER napeljati na GATE vhoda 1. in 3. kanala. GATE vhode 1. - 2. in 3. - 4. kanala povežemo med sabo (slika 6). Spodnja stikala preklopimo na GATE+CLR. Če želimo samo prožiti meritev nastavimo stikalo na SGL (single), če pa želimo, da števec zaporedoma meri število sunkov sam, pa na REP (repetitive). Seveda je za štetje potrebno nastaviti se primeren časovni interval ( okoli 1000 ms).



Slika 6: Povezave na števcu CAEN N145

# Hallov pojav

## 1 Uvod

E. H. Hall si je leta 1879 zamislil eksperiment pri katerem je kovinski trak snovi, po katerem je tekel tok, postavil v prečno magnetno polje, pravokotno na trak. Domneval je, da magnetna sila pritegne tok elektronov ob enega izmed robov kovinskega traku, kar bi se poznalo na povečanju upora skozi kovinski trak (zaradi zmanjšanja efektivnega preseka traku). Ker pa le-tega ni zaznal, je sklepal, da se med robovoma traku pojavi električna napetost (danes poznana kot Hallova napetost), kjer nastalo električno polje preko električne sile uravnovesi magnetno silo na gibajoče se elektrone.

### 1.1 Hallova napetost

Hallov eksperiment je prikazan na sliki 1. Pravokotno izrezan kovinski trak s stranicami  $a$ ,  $b$  in  $c$  po katerem teče električni tok  $I$  v smeri osi  $x$ , postavimo v prečno magnetno polje  $B$  v smeri osi  $z$ . Predpostavimo, da so nosilci naboja elektroni z nabojem  $-e_0$ . Gostota toka  $j = I/(bc)$  je za elektrone podana tudi z izrazom  $j = -ne_0v$ , kjer sta  $n$  in  $v$  gostota in hitrost nosilcev naboja. Elektroni se zaradi magnetne sile  $F_m = -e_0vB$ , ki deluje v smeri osi  $-y$ , začnejo kopičiti ob robu kovinskega traku. Tam se nabere plast negativnega naboja, na drugi strani, kjer je primanjkljaj elektronov, pa plast pozitivnega naboja. Ti dve plasti ustvarita prečno električno polje  $E_y$  v smeri osi  $-y$  in s tem električno silo  $F_e = -e_0(-E_y) = e_0E_y$ , ki ravno uravnovesi magnetno silo. V stacionarnem stanju (to se vzpostavi v zelo kratkem času, ki je reda velikosti  $10^{-12}$  s) velja  $F_m + F_e = 0$ , torej

$$e_0E_y = e_0vB. \quad (1)$$

Iz tega sledi izraz za velikost prečnega električnega polja  $E_y$ :

$$E_y = vB = -\frac{jB}{ne_0}. \quad (2)$$

Hallova napetost  $U_H$ , to je napetost, ki nastane zaradi prerazporeditve naboja med robovoma kovinskega traku, je definirana kot

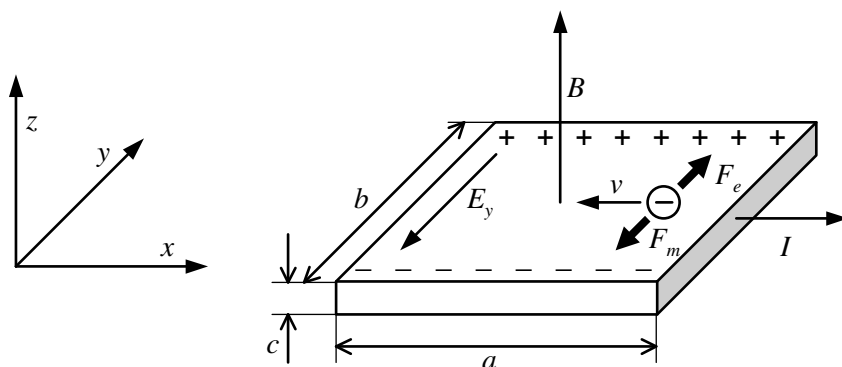
$$U_H = E_y b = -\frac{jBb}{ne_0} = -\frac{IB}{ne_0c}. \quad (3)$$

Kvocijent  $E_y/jB$  imenujemo Hallova konstanta in ga označimo z  $R_H$ . Sledi

$$R_H = -\frac{1}{ne_0} = \frac{U_H c}{IB}. \quad (4)$$

Pri tem velja omeniti, da dobimo s pomočjo natančnejših izračunov (transportna teorija) še dodaten prefaktor v izrazu za Hallovo napetost  $U_H$  in Hallovo konstanto  $R_H$ , ki znaša  $3\pi/8$ . Vendar so tudi v tem primeru upoštevane določene predpostavke, kot so neodvisnost proste poti od energije nosilcev naboja, ter številni termoelektrični efekti, do katerih pride, če vzorec ni izotermen. Meritve pokažejo, da so slednji efekti nekaj redov velikosti manjši od Hallovega pojava.

Iz enačbe (3) sledi, da lahko uporabimo Hallov pojav za merjenje gostote magnetnega polja  $B$ . V t.i. Hallovi sondi imamo prevoden trak, ki ga postavimo v neznano magnetno polje, skozi katerega napeljemo vedno isti tok in z občutljivim voltmetrom merimo Hallovo napetost.



**Slika 1.** Shema Hallovega eksperimenta.

Ker je  $l_e$  sorazmerna z magnetnim poljem, je potrebno Hallovo sondo le enkrat umeriti v znanem magnetnem polju. Iz enačbe (4) pa sledi, da lahko z merjenjem Hallove konstante, določimo predznak in gostoto nosilcev naboja v raznih materialih. Pri tej vaji bomo določili vrsto nosilcev v germanijevem vzorcu polprevodnika. V polprevodniku namreč nečistoče odločilno vplivajo na gostoto nosilcev naboja.

## 1.2 Polprevodniki

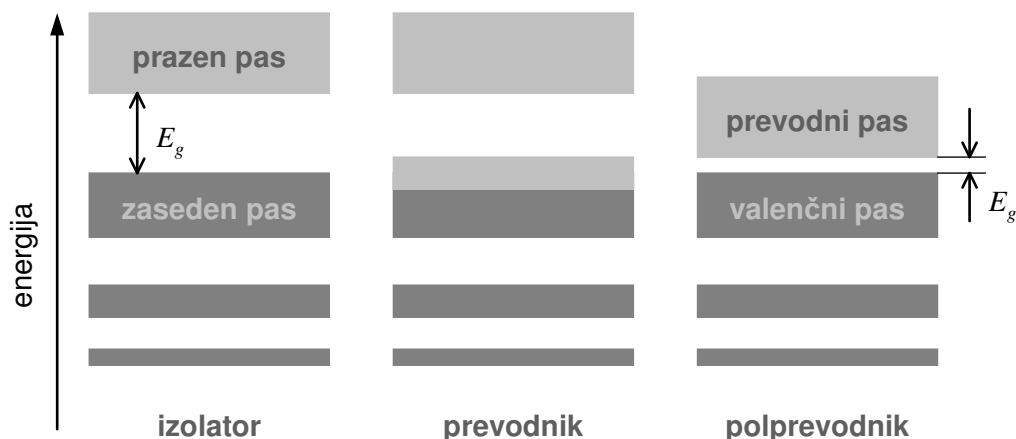
V kristalu z  $N$  atomi se zaradi Paulijevega izključitvenega načela vsaka izmed prvotnih diskretnih energij v izoliranih atomih razcepi v  $N$  energijskih nivojev. Energijski nivoji, ki ležijo skupaj in izvirajo iz iste energije v izoliranem atomu, tvorijo energijski pas. V vsakem pasu je lahko  $2N$  elektronov (faktor 2 zaradi spina). Energijski pasovi se lahko prekrivajo ali pa med njimi nastanejo prepovedani pasovi. To so energije, ki jih ne more imeti noben elektron v kristalu.

Kristal je izolator (glej sliko 2), če ima vse energijske pasove do neke energije povsem polne, višje ležeči pasovi pa so prazni in ločeni s širokim prepovedanim pasom z energijsko režo večjo od tipično  $2 \text{ eV}$ . To pomeni, da pri sobni energiji termična energija, ki je reda velikosti  $k_B T = 0,025 \text{ eV}$ , ne omogoči skoka elektrona v višje ležeče nezasedene pasove. Sledi, da takšen kristal ne prevaja električnega toka, saj tedaj elektroni ne morejo prejeti sicer majhne kinetične energije, ko steče električni tok. Elektroni namreč nimajo prostih stanj z nekoliko višjo energijo, kamor bi lahko skočili. Z drugimi besedami, povsem zapolnjeni pasovi v kristalih ne prevajajo električnega toka.

V prevodniku je najvišje ležeči neprazni energijski pas le delno zaseden. Tako lahko elektroni prejmejo kinetično energijo, ko se gibljejo v električnem polju. V prevodniku torej električno polje požene električni tok.

Če je energijska reža med najnižjim nezasedenim (prevodnim) pasom in najvišjim polnim (valenčnim) pasom okoli  $1 \text{ eV}$ , lahko pri dovolj visoki temperaturi termična energija zadošča, da del elektronov preide v prevodni pas in s tem prevaja električni tok. V tem primeru k prevodnosti prispevajo tako elektroni kot tudi vrzeli, ki nastanejo v valenčnem pasu. Za čisti polprevodnik velja (glej literaturo), da je gostota elektronov  $n_p$ , ki so dvignjeni iz valenčnega pasu enaka

$$n_p(T) = \frac{1}{4} \left( \frac{2m_e k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right), \quad (5)$$



**Slika 2.** Shema energijskih pasov za izolator, prevodnik in polprevodnik. Temni pasovi so zasedeni, svetli so prazni.  $E_g$  predstavlja energijsko režo, ki je v izolatorju večja od nekaj eV, v polprevodniku pa dovolj ozka, da termično gibanje omogoči skok elektronov iz valenčnega pasu v prevodni pas.

kjer je  $m_e$  efektivna masa elektrona in  $E_g$  velikost energijske reže med prevodnim in valenčnim pasom.

### 1.3 Hallov pojav v polprevodniku tipa n

Gostota nosilcev naboja (in s tem prevodnost) se v polprevodniku drastično poveča v prisotnosti primesi, ki se vgradijo v polprevodniški kristal. Kristal čistega polprevodnika običajno sestavljajo štirivalentni atomi kot sta germanij in silicij. Če dodamo primes petvalentnih atomov, kot je arzen, se ta vgradi v strukturo štirivalentnih atomov in ima tako en odvečni elektron. Ta elektron potrebuje zelo majhno energijo (nekaj stotink eV), da se od njega odtrga in skoči v prevodni pas. Dodatni donorski nivo tako leži tik pod prevodnim pasom. Energijsko režo označimo z  $E_d$  (glej sliko 3). Izkaže se (glej literaturo), da so v primeru dopiranja polprevodnika s petvalentnimi atomi večinski nosilci naboja elektroni, zato pravimo takšnemu polprevodniku, da je tipa n. Podobno so večinski nosilci naboja vrzeli (pozitivni naboji), če polprevodnik dopiramo s trivalentnimi atomi, kot je galij. Tedaj govorimo o polprevodniku tipa p.

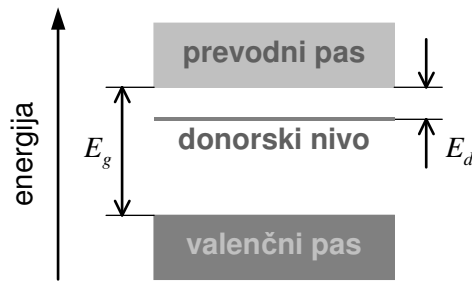
H gostoti elektronov v prevodnem pasu v primeru polprevodnika tipa n prispevajo tudi elektroni, ki so bili termično dvignjeni iz donorskega nivoja. Iz veleanonične porazdelitve (glej literaturo) dobimo naslednji izraz v limiti nizkih temperatur ( $k_B T \ll E_d$ )

$$n_p(T) = N_d^{1/2} \left( \frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{E_d}{2k_B T}\right), \quad (6)$$

kjer je  $N_d$  gostota donorskih primesi. Ko pa je termična energija dovolj velika ( $k_B T > E_d$ ), so v prevodni pas vzbujeni vsi donorski elektroni

$$n_p(T) = N_d. \quad (7)$$

Ker je gostota valenčnih elektronov v polprevodniku približno  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  in gostota nečistoč tipično med  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  in  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , prevladuje pri nižjih temperaturah prevodnost zaradi



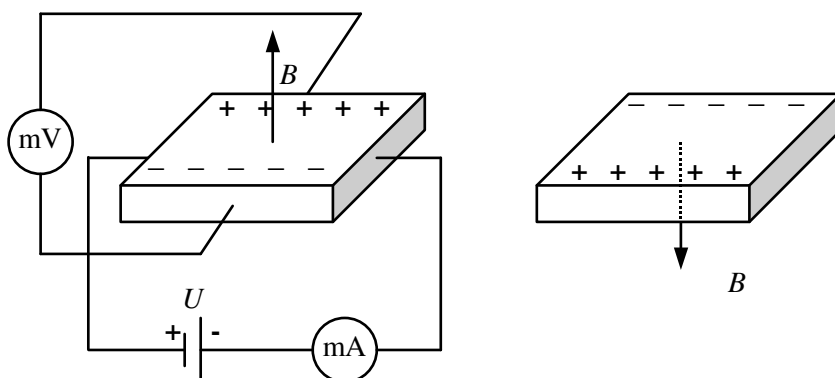
**Slika 3.** Valenčni in prevodni pas v polprevodniku tipa n. Donorski nivo leži tik pod dnom prevodnega pasu. Zato je dovolj že majhna energija  $E_d$ , da elektron iz donorskega nivoja preide v prevodni pas.

vzbujenih donorskih elektronov, pri višjih temperaturah pa zaradi valenčnih elektronov, vzbujenih v prevodni pas.

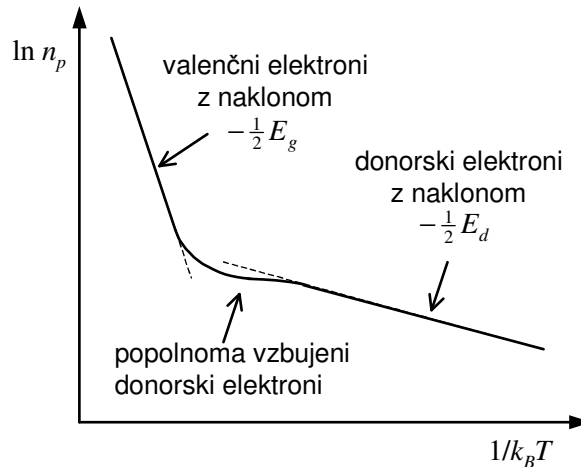
Iz zgornjega je razvidno, da lahko z merjenjem Hallove napetosti (enačba (4)) izmerimo temperaturno odvisnost gostote nosilcev naboja v polprevodniku tipa n in preverimo ustreznosti izrazov (5-7).

## 2 Opis eksperimenta

Shema vaje je prikazana na sliki 4. Vzorec je pravokotno izrezan kos germanijevega polprevodnika, ki je tipa n. To pomeni, da so v njem donorske primesi in so večinski nosilci naboja elektroni. Z merjenjem Hallove napetosti  $U_H$  lahko pri znani vrednosti polja  $B$ , debelini vzorca  $c$  in znanem toku  $I$  skozi vzorec, iz enačbe (4) določimo vrednost Hallove konstante  $R_H$ . Le-ta je neposredno povezana z gostoto nosilcev naboja. Ker lahko pri vaji spreminjamo temperaturo vzorca, tako pomerimo temperaturno odvisnost gostote nosilcev naboja. Izkaže se, da se za dani vzorec na merjenem temperaturnem območju med  $20^\circ\text{C}$  in  $80^\circ\text{C}$  zelo občutno spremeni razmerje v deležu donorskih in valenčnih elektronov, ki so se vzbudili v prevodni pas.



**Slika 4.** Električna shema eksperimenta. Če obrnemo vzorec, kar je ekvivalentno temu, da obrnemo smer magnetnega polja, dobimo Hallovo napetost z nasprotnim predznakom. Pri tem se napetost zaradi nesimetrije kontaktov ne spremeni (glej enačbo (8)).



**Slika 5.** Pričakovana odvisnost  $\ln n_p$  od  $1/k_B T$  za polprevodnik tipa n, ki ustreza enačbi (7).

Če narišemo graf  $\ln n_p$  v odvisnosti od  $1/k_B T$ , pričakujemo odvisnost, ki je prikazana na sliki 5. Pri nižjih temperaturah ima odvisnost naklon  $-\frac{1}{2}E_d$ , vmes je konstantna, pri višjih temperaturah pa ima naklon  $-\frac{1}{2}E_g$ . To ustreza enačbam (5-7) in razmisleku, da pri nižjih temperaturah sprva prevajajo vzbujeni donorski elektroni, pri višjih pa prevladujejo vzbujeni valenčni elektroni, saj jih je bistveno več od števila donorskih elektronov. Ker znašata v danem vzorcu germanija, ki je dopiran s petvalentnimi atomi,  $E_g = 0.66$  eV ter  $E_d \approx 0.01$  eV, lahko sklepamo, da so že pri sobni temperaturi vzbujeni skoraj vsi donorski elektroni, tako da nizkotemperaturne limite, ki jo popiše enačba (6) pri danem eksperimentu niti ne izmerimo.

### 3 Naloge

- Izmeri temperaturno odvisnost Hallove napetosti vzorca polprevodnika tipa n na temperaturnem območju med 20°C in 80°C.
- Nariši graf temperaturne odvisnosti Hallove konstante  $R_H$  v odvisnosti od temperature  $T$ .
- S pomočjo enačbe (4) nariši graf  $\ln n_p$  v odvisnosti od  $1/k_B T$ .
- Določi vrsto nosilcev naboja v germanijevem vzorcu na tem temperaturnem območju. Preveri ustreznost enačb (5-7)!

### 4 Navodila za izvedbo

Germanijev vzorec z debelino  $c = 0,95$  mm vtaknemo z nosilnim okvirjem v režo magneta z gostoto magnetnega polja  $B = 0,173$  T. Z vzorcem je potrebno ravnati previdno, saj je krhek. Električna vezava vzorca je prikazana na sliki 4. Ker kontakti na vzorcu niso povsem simetrični, je izmerjena napetost  $U_1$  vsota Hallove napetosti  $U_H$  in potencialne razlike, ki nastane zaradi nesimetrije kontaktov  $U_p$ , torej je  $U_1 = U_H + U_p$ . Običajno je napetost  $U_p$  po absolutni vrednosti večja od  $U_H$ . Če vzorec v magnetnem polju obrnemo (glej sliko 4), se spremeni le predznak Hallove napetosti, torej je  $U_2 = -U_H + U_p$ . Iz obeh izmerjenih napetosti tako lahko določimo iskano Hallovo napetost

$$U_H = \frac{1}{2}(U_1 - U_2). \quad (8)$$

Temperaturo vzorca povečujemo postopoma po približno 5°C. To dosežemo z grelcem. Pred vsako meritvijo počakamo vsaj 5 minut, da se z mešanjem temperatura vzorca čim bolj ustali

in izenači s temperaturo olja. Merimo v čim večjem temperaturnem območju (tipično med 20 °C in 80 °C).

## 5 Vprašanja

- Ali se spremeni predznak Hallove konstante, če so nosilci naboja vrzeli?
- Ali so za Hallovo sondo, ki je namenjena merjenju gostote magnetnega polja, primernejši prevodniki ali polprevodniki?
- S pomočjo ionizacijske energije atoma petvalentne primesi oceni velikost donorske reže  $E_d$  za polprevodnike tipa n (glej literaturo).

## 6 Literatura

[1] N. W. Ashcroft in N. D. Mermin. *Solid State Physics*. Saunders College Publishing.

[2] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc.

[3] J. Strnad. *Fizika*, četrti del. DMFA, Ljubljana.